

Seconde Générale et Technologique

Maths | Chapitre 3 : Géométrie plane

Enoncés des exercices

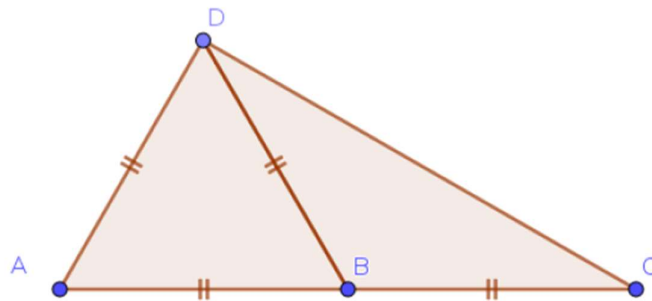
Les exercices sont classés en trois niveaux de difficulté :

- ★ Exercices d'application : comprendre les notions essentielles du cours
- ★★ Exercices d'entraînement : prendre les bons réflexes
- ★★★ Exercices d'approfondissement : aller plus loin

Exercices gratuits	Exercices sur abonnement*
★ 1 – 2 – 3	★ 4 – 5 – 6
★★ 7 – 8 – 9	★★ 10 – 11 – 12
★★★ 13 – 14 – 15	★★★ 16 – 17 – 18

Exercice 1 ★

Géométrie plane



ABD est un triangle équilatéral.

BCD est un triangle isocèle en B .

Démontrer que le triangle ADC est rectangle en D .

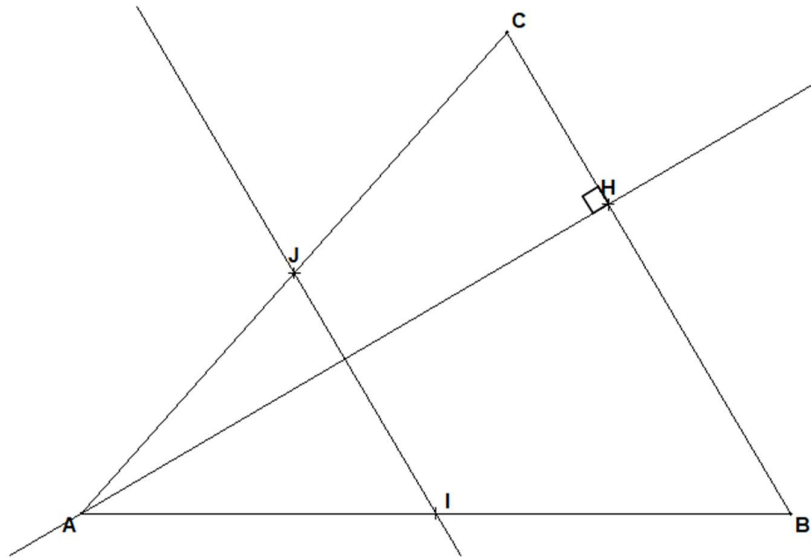
Exercice 2 ★

Triangles, droite des milieux et Aires

ABC est un triangle, I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[AC]$.

La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe $[BC]$ en H .

Voir la figure ci-dessous :



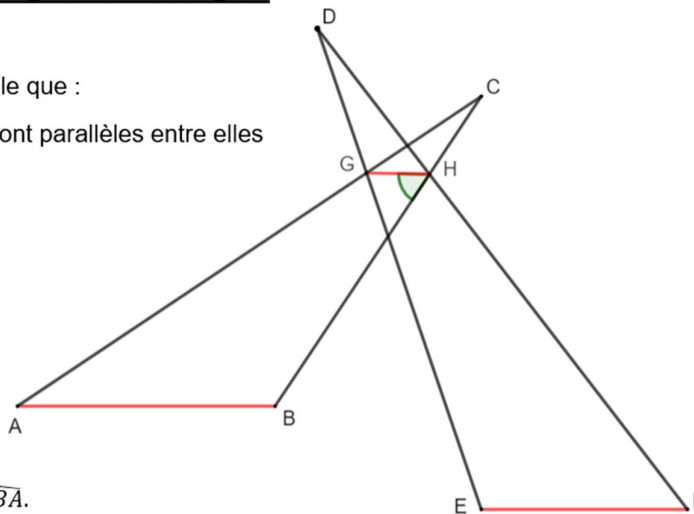
1. a) Quelle conjecture peut-on faire sur le rôle de la droite (IJ) pour $[AH]$?
 b) On se propose de démontrer cette conjecture. Pour cela on procède comme suit :
 - 1) Dans le triangle ABC , démontrer que (IJ) est parallèle à (BC) .
 - 2) Dans le triangle ABH , soit K le point d'intersection entre les droites (IJ) et (AH) .
 Démontrer que K est le milieu du segment $[AH]$.
 - 3) Conclure sur le rôle de la droite (IJ) pour $[AH]$.
2. On donne $AH = 3$ cm et $BC = 4$ cm.
 - a) Déterminer l'aire du triangle ABC .
 - b) Déterminer directement en utilisant les résultats précédents IJ et AK .
 - c) En déduire l'aire du triangle AIJ .
3. a) Pourrait-on obtenir directement l'aire du triangle AIJ en fonction de l'aire du triangle ABC ?
 b) Si oui, justifier précisément, sans faire aucun calcul numérique, et en démontrant la relation entre les aires A_{AIJ} et A_{ABC} .

Exercice 3 ★

Calcul d'une longueur et d'un angle dans une figure

On a construit la figure ci-dessus telle que :

- Les droites (AB) , (EF) et (GH) sont parallèles entre elles
- $DH = 9$
- $DF = 18$
- $CG = 3$
- $AG = 10,5$
- $EF = 4,5$
- $\widehat{BHG} = 67^\circ$

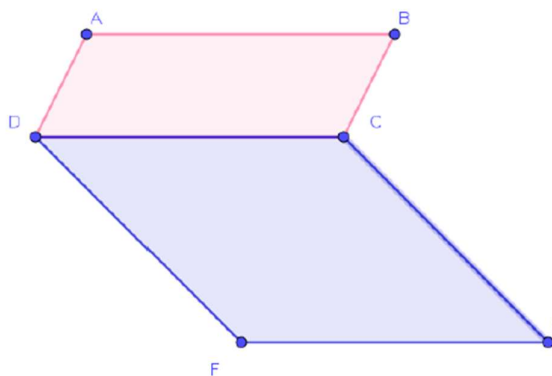


1. Déterminer la longueur AB .
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HBA}$.

Exercice 4 * ★

Parallélogrammes

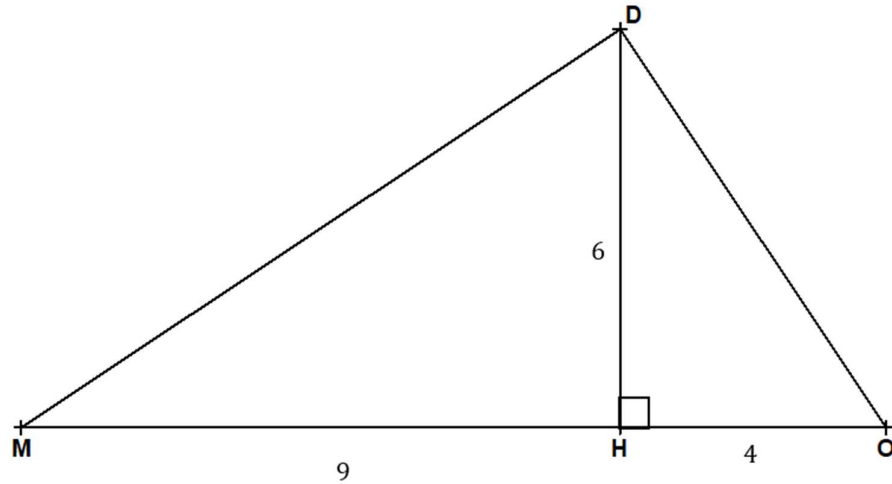
- $ABCD$ est un parallélogramme.
- $FECD$ est un parallélogramme.



Démontrer que $ABEF$ est un parallélogramme.

Exercice 5 * ★

Triangle rectangle et Calcul d'aire



On donne la figure ci-dessus donnant les longueurs et le codage nécessaires pour répondre au problème suivant : Le triangle OMD est-il rectangle ?

Pour répondre à cette question, on donne la mode opératoire suivant :

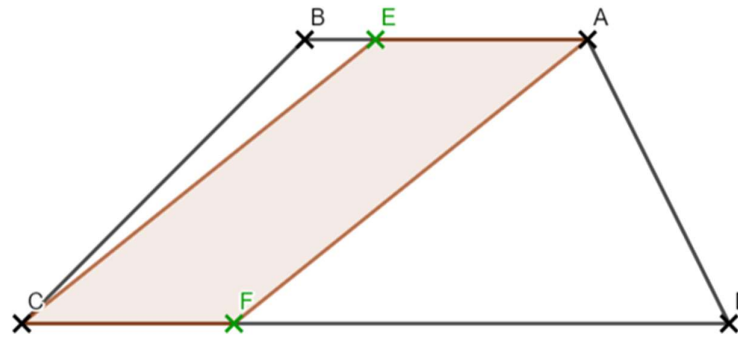
1. Déterminer la longueur OD .
2. Déterminer la longueur MD .
3. En déduire la nature du triangle OMD .
4. Calculer alors l'aire du triangle OMD de deux manières différentes.

Exercice 6 * ★

Déterminer la nature d'un quadrilatère

Soit $ABCD$ un trapèze tel que le segment $[CD]$ soit la base du trapèze.

On place le point E sur le segment $[AB]$ et le point F sur le segment $[CD]$ tel que $AE = CF$.



Quelle est la nature du quadrilatère $AECF$?

Exercice 7 ★★

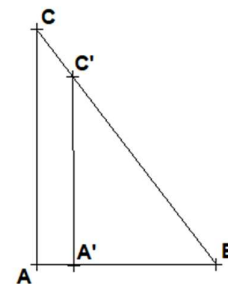
Géométrie plane : « Utiliser un raisonnement par contraposée »

Le triangle ABC est tel que $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 3,9$.

A' est le point de $[AB]$ tel que $BA' = 2,5$

C' est le point de $[BC]$ tel que $BC' = 4$

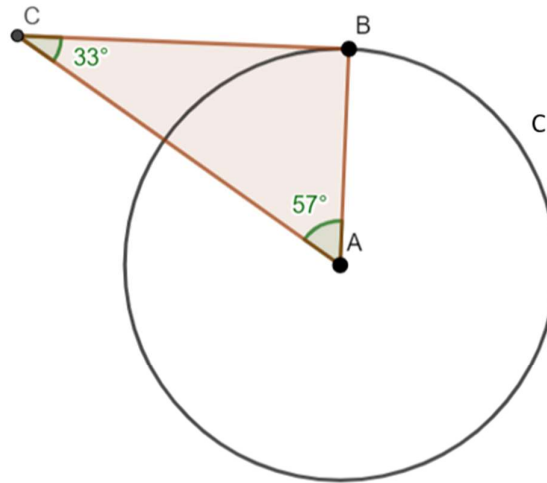
1. Le triangle ABC est-il rectangle ?
2. Les droites (AC) et $(A'C')$ sont-elles parallèles ?



Exercice 8 ★★

Cercle et angles

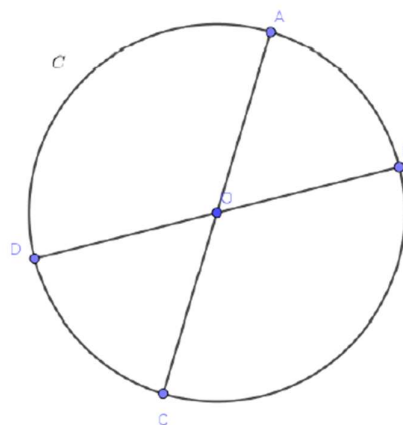
Soit C le cercle de centre A et de rayon 4 cm. On place un point B sur ce cercle et on construit le triangle ABC tels que $\widehat{ACB} = 33^\circ$ et $\widehat{BAC} = 57^\circ$.



1. Montrer que (BC) est la tangente au cercle C en B .
2. Calculer l'aire du triangle ABC
3. Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC appartient-il au cercle C ?

Exercice 9 ★★

Rectangle inscrit dans un cercle.



- C est un cercle de centre O .
- $[AC]$ et $[BD]$ sont des diamètres de C .

Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 10 * ★★

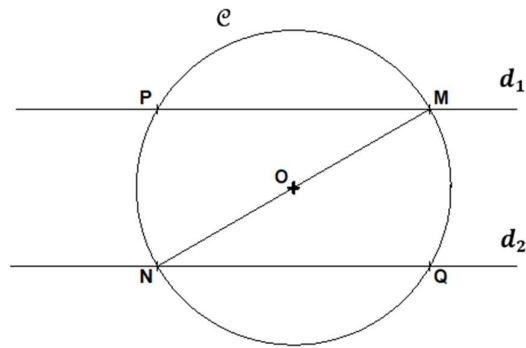
Symétrie centrale, cercle et droites

Sur la figure ci-contre, nous savons que :

$[MN]$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$ de centre O .

La droite d_1 passant par M recoupe $\mathcal{C}$ en P .

La droite d_2 parallèle à d_1 passant N recoupe $\mathcal{C}$ en Q .



1. Par la symétrie centrale s de centre O :
 - a) Quel est le symétrique du point M ?
 - b) Quelle est la symétrique de la droite d_1 ?
 - c) Quel est le symétrique du cercle $\mathcal{C}$?
 - d) En déduire le symétrique du point P ?
2. Déterminer alors la nature du quadrilatère $MPNQ$
3. a) Sachant que le rayon du cercle $\mathcal{C}$ est de 3 cm et que l'angle $\widehat{NMP}$ a pour mesure 30° , déterminer les valeurs exactes des longueurs MN , MP , PN .
 b) Déduire de ces derniers résultats l'aire exacte du quadrilatère $MPNQ$.
 c) Calculer l'aire exacte du disque $\mathcal{D}$ délimité par le cercle $\mathcal{C}$.
 d) Calculer le rapport ρ exact égal à l'aire du quadrilatère $MPNQ$ divisé par l'aire du disque $\mathcal{D}$
 e) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de ce rapport, puis l'écrire en pourcentage.

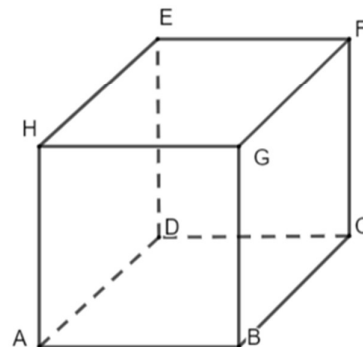
Exercice 11 * ★★

Calculer des longueurs et des angles dans un solide

Soit $ABCDEFGH$ un cube de côté 5 cm.

Le but de cet exercice sera de déterminer la mesure des angles $\widehat{AFH}$ et $\widehat{FAH}$.

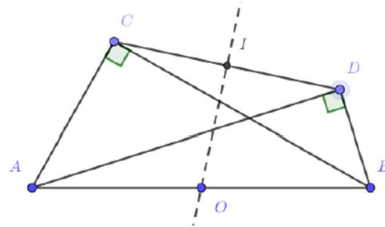
1. Dans le carré $EFGH$, déterminer la longueur FH .
2. On admettra que le quadrilatère $AHFC$ est un rectangle.
 Déterminer une valeur approchée de l'angle $\widehat{AFH}$.
3. En déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{FAH}$.



Exercice 12 * ★★

Deux triangles dans un demi-cercle.

- ABC et ABD sont deux triangles rectangles.
- O est le milieu de $[AB]$.
- I est le milieu de $[CD]$



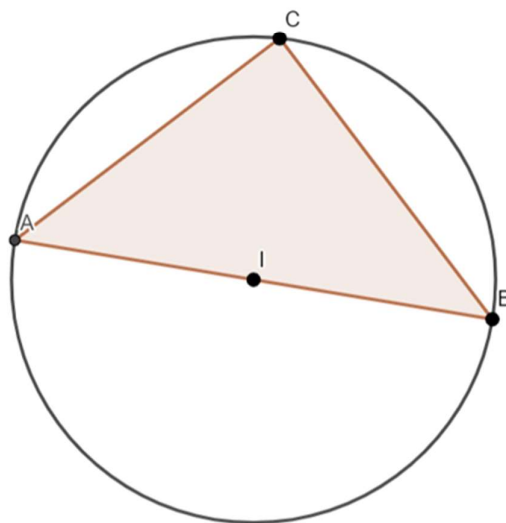
1. Démontrer que OCD est un triangle isocèle en O .
2. En déduire que OI est perpendiculaire à (CD) .

Exercice 13 ★★★

Démonstration du théorème de l'angle inscrit

Le but de cet exercice sera de démontrer la propriété suivante :

« Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle »



Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle tel que $[AB]$ est un diamètre de ce cercle.

On note I le milieu de $[AB]$, α l'angle $\widehat{BAC}$ et β l'angle $\widehat{ABC}$.

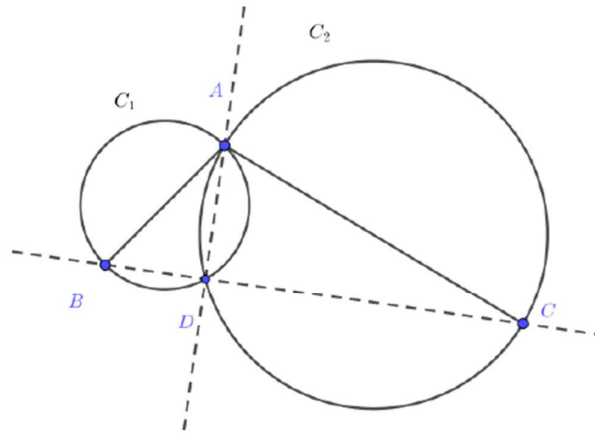
On justifiera le plus rigoureusement possible les questions suivantes.

1. Quelle est la nature des triangles AIC et BIC ?
2. Exprimer l'angle $\widehat{ACB}$ en fonction de α et β .
3. En déduire que $\alpha + \beta = 90^\circ$.
4. Conclure sur la nature du triangle ABC .

Exercice 14 ★ ★

Intersections de cercles.

- C_1 est un cercle de diamètre $[AB]$.
- C_2 est un cercle de diamètre $[AC]$.
- C_1 et C_2 se coupent également en D .



1. Démontrer que B , D et C sont alignés.
2. Démontrer que (AD) et (BC) sont perpendiculaires.

Exercice 15 ★★☆☆

Symétrie centrale, parallélogramme et triangles

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

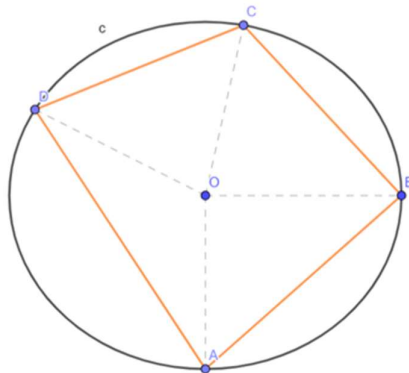
Le point F est le symétrique de D par rapport à B et le point E est le symétrique de A par rapport à C .

1. Faire une figure.
2. Dans le triangle OEF , démontrer que les droites (CB) et (EF) sont parallèles.
3. La droite (CB) coupe la droite (AF) en K .
Démontrer que K est le milieu de $[AF]$.
4. Démontrer que la droite (AB) coupe le segment $[CF]$ en son milieu L .

Exercice 16 * ★★☆☆

Démonstration : Le quadrilatère inscriptible

Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle C de centre O .
On place le point D sur le cercle C .



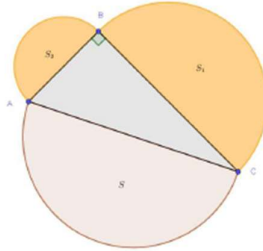
1. Montrer que dans le quadrilatère $ABCO$, on a :

$$2\widehat{BAO} + 2\widehat{BCO} + \widehat{AOC} = 360^\circ$$
2. Que vaut la somme des angles $2\widehat{DAO} + 2\widehat{DCO} + \widehat{AOC}$?
3. En déduire que $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$.
Que remarque-t-on pour les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$?
4. On suppose maintenant que le point D n'appartienne pas au cercle C .
Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BCD}$ sont-ils supplémentaires ?
5. En déduire la propriété du quadrilatère inscriptible illustrée dans cet exercice.

Exercice 17 * ★ ★

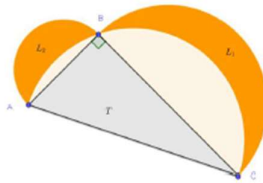
Lunules d'Hippocrate

1.
 - ABC est un triangle rectangle en B .
 - S_1 , S_2 et S sont les aires délimitées des demi-cercles de diamètres $[BC]$, $[AB]$ et $[AC]$.



Démontrer que $S_1 + S_2 = S$

2.
 - Dans le même triangle ABC rectangle en B .
 - L_1 est la lunule délimitée par le demi-cercle de diamètre $[AB]$ et le demi-cercle de diamètre $[AC]$.
 - L_2 est la lunule délimitée par le demi-cercle de diamètre $[BC]$ et le demi-cercle de diamètre $[AC]$.
 - T est l'aire du triangle ABC .



Démontrer que $T = L_1 + L_2$

Exercice 18 * ★★★

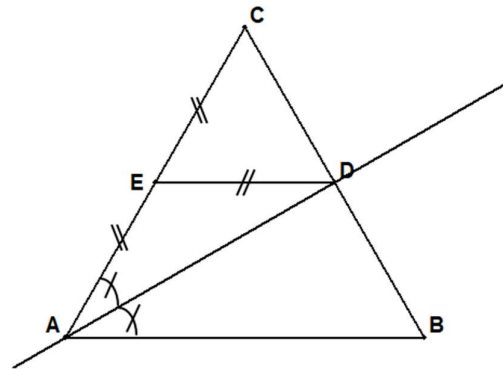
D'un triangle équilatéral à un quadrilatère particulier

Sur la figure ci-contre, le triangle ABC est équilatéral.

E est le milieu de $[AC]$ et $D \in [BC]$.

1. a) Quelle conjecture peut-on faire sur la position du point D sur le segment $[BC]$?
- b) Démontrer cette conjecture.

Indication : On montrera d'abord que $\widehat{EDA} = \widehat{DAB}$



2. a) Construire A' symétrique de A par rapport à D
- b) Quelle conjecture peut-on faire sur la position des droites (ED) et (CA') ?
- c) Démontrer cette conjecture.
3. Soit E' le point d'intersection des droites (ED) et (BA') .
 - a) Quelle conjecture peut-on faire sur la position du point E' sur le segment $[BA']$?
 - b) Démontrer cette conjecture.