

Seconde Générale et Technologique

Maths | Chapitre 6 : Equation cartésienne d'une droite

Enoncés des exercices

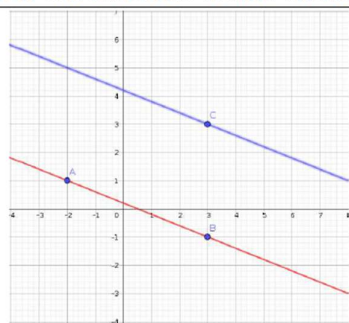
Les exercices sont classés en trois niveaux de difficulté :

- ★ Exercices d'application : comprendre les notions essentielles du cours
- ★★ Exercices d'entraînement : prendre les bons réflexes
- ★★★ Exercices d'approfondissement : aller plus loin

Exercices gratuits	Exercices sur abonnement*
★ 1 – 2 – 3	★ 4 – 5 – 6
★★ 7 – 8 – 9	★★ 10 – 11 – 12
★★★ 13 – 14 – 15	★★★ 16 – 17 – 18

Exercice 1 ★

Équation cartésienne d'une droite



Soit $A(-2; 1)$; $B(3; -1)$ et $C(3; 3)$ trois points du plan muni d'un repère orthonormé.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d , parallèle à (AB) passant par C .

Exercice 2 ★

Utilisation d'une équation cartésienne d'une droite et position relative de deux droites

d_1 et d_2 sont deux droites d'équations cartésiennes respectives $x + 2y - 4 = 0$ et $2x - 3y - 3 = 0$

- 1/ a) Quelle est l'ordonnée du point A d'abscisse 0 de d_1 ?
b) Quelle est l'ordonnée du point B d'abscisse 2 de d_1 ?
c) Quel est le rôle de $\overrightarrow{AB}$ pour la droite d_1 ?
d) Tracer la droite d_1 .
- 2/ a) Déterminer les coordonnées d'un point de d_2 .
b) Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de d_2 .
c) Tracer la droite d_2 .
- 3/ On se propose de déterminer les coordonnées du point d'intersection M entre d_1 et d_2 .
a) Pour cela, quel système d'équations doit-on résoudre ?
b) Poser et résoudre ce système d'équations par la méthode de substitution.
c) Conclure sur les coordonnées du point M .

Exercice 3 ★

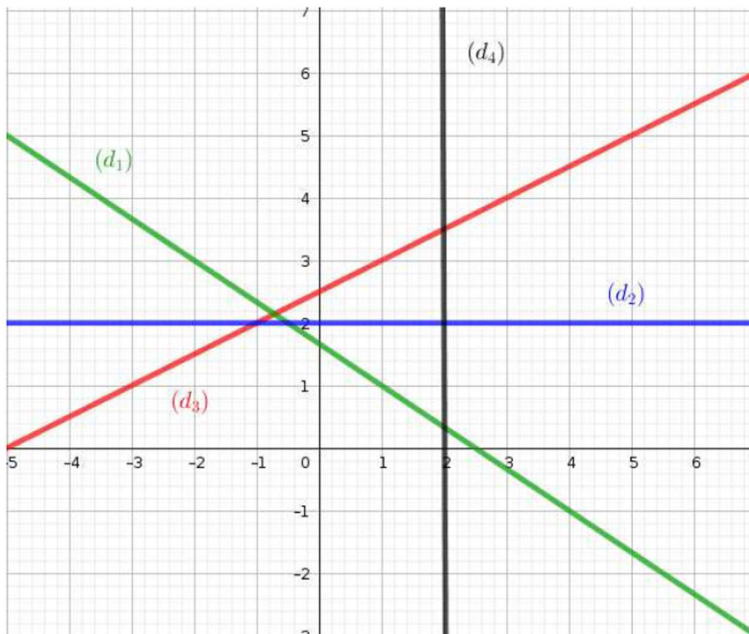
Déterminer une équation cartésienne d'une droite

Détermine une équation cartésienne de la droite passant par $A(-2 ; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-3 ; 1)$.

Exercice 4 * ★

Vecteurs directeurs

1. Par lectures graphique, donner les vecteurs directeurs des droites d_1 ; d_2 ; d_3 et d_4 .

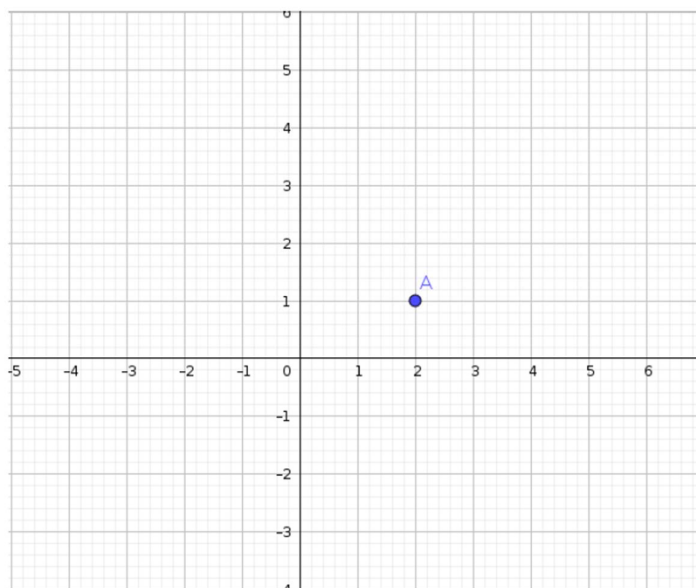


2. Dans la figure ci-dessous, construire la droite passant par $A(2; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}$.

• $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

• $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

• $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Exercice 5 * ★

Détermination du point d'intersection et de la perpendicularité de deux droites

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ données par leurs équations cartésiennes respectives suivantes :

$$4x - 2y + 4 = 0 \text{ et } 3x + 6y - 42 = 0.$$

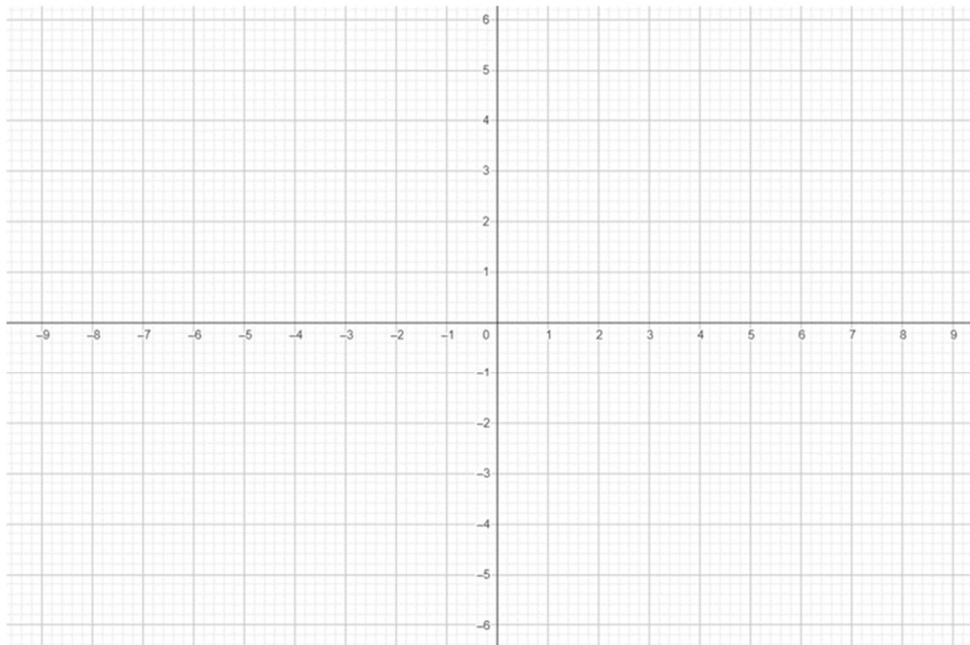
1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection M de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.
2. À l'aide d'un point A de $\mathcal{D}$ et d'un point B de $\mathcal{D}'$, Démontrer que les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont perpendiculaires.

Exercice 6 * ★

Représenter une droite donnée par une équation cartésienne

Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter la droite d'équation cartésienne

$$3x - 5y + 10 = 0$$



Exercice 7 ★★

Equation cartésienne d'une droite du plan :

Le plan est rapporté orthonormé (O, I, J) ;

soient les points $A(-1 ; -3)$, $B(3 ; 5)$, $C(-1 ; -7)$.

1. Faire une figure
2. Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites (AB) et (AC) .
Donner deux moyens de vérifier le résultat.
3. I est le milieu du segment $[BC]$.
Déterminer une équation de la droite (AI) médiane issue de A dans le triangle ABC .
4. Déterminer une équation de la droite d qui contient C est parallèle à (AB) .

Exercice 8 ★★

Résolution d'un système par substitution et par combinaison linéaire

1. Résoudre le système suivant par substitution :

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ -5x - y = 2 \end{cases}$$

2. Résoudre le système suivant par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} -4x + 7y = 1 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$$

Exercice 9 ★★

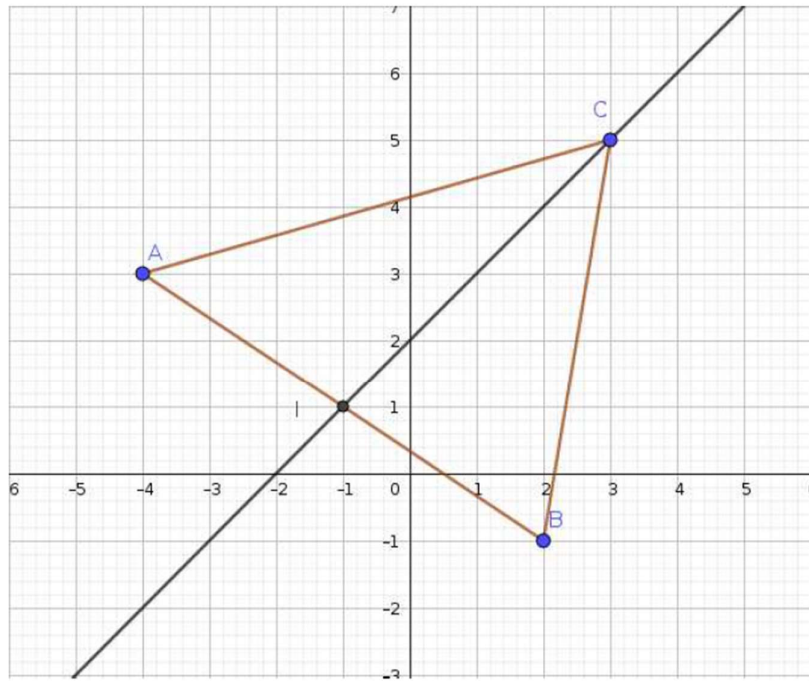
Équation d'une médiane.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé. On donne :

$A(-4; 3)$; $B(2; -1)$ et $C(3; 5)$.

I est le milieu de $[AB]$.

Donner une équation cartésienne de la médiane issue de C .



Exercice 10 * ★★

Détermination d'une équation cartésienne et de l'équation réduite d'une droite et position relative de deux droites

Soit deux points $A(2; 5)$ et $B(2; 9)$ donnés dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
3. En déduire l'équation réduite, puis le coefficient directeur ou la pente de la droite (AB) .
4. Tracer cette droite (AB) dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
5. Déterminer l'équation réduite de la droite (d) passant par A de pente $\frac{7}{4}$, puis donner une équation cartésienne de (d) .
6. Tracer cette droite (d) dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
Quelle conjecture peut-on faire ?
7. Soit la droite (d') d'équation $y = 1$.
 - a) Déterminer les coordonnées du point C d'intersection des droites (d) et (d') .
 - b) Montrer que le triangle CAB est rectangle. Conclure.

Exercice 11 * ★★

Résolution de systèmes d'équations par la méthode la plus adaptée

Résoudre les systèmes suivants par la méthode la plus adaptée :

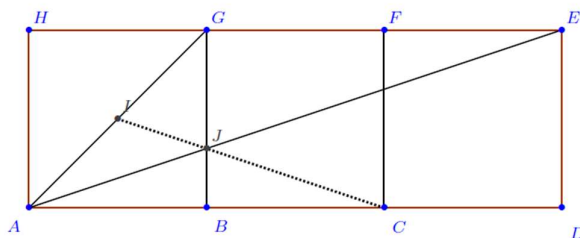
1.
$$\begin{cases} -5x + y = 0 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} -2x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 4y + 2 = 0 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - 3y + 7 = 0 \\ -x + \frac{1}{2}y = 0 \end{cases}$$

Exercice 12 * ★★

Avec un repère.



Dans la figure ci-dessus, $ABGH$, $BCFG$ et $CDEF$ sont des carrés, les points A , B , C et D sont alignés. I est le milieu de $[AG]$ et les droites (AE) et (BG) sont sécantes en J .

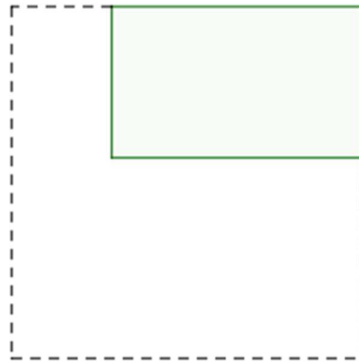
1. En utilisant le théorème de Thalès, exprimer BJ en fonction de DE
2. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AH})$.
Donner les coordonnées de tout les points de la figure.
3. Démontrer que les points I , J et C sont alignés.

Exercice 13 ★★

Résolution de problème : Système d'équation à deux inconnues

Un fermier a un potager rectangulaire de longueur 50 mètres et de largeur 30 mètres. Il souhaite agrandir la surface de son potager en augmentant la longueur de x mètres et la largeur de y mètres pour ainsi obtenir un terrain carré dont le périmètre est égal à 500 mètres.

De combien de mètres le fermier devra-t-il rallonger la longueur et la largeur de son potager ?



Indications :

1. Ecrire un système d'équations à deux inconnues x et y traduisant les données de l'énoncé.
2. Calculer x et y . Conclure.

Exercice 14 ★★

Droites et paramètre.

Soit $m \in \mathbb{R}$ et $(d_m) : mx + (1 - m)y + 3 - m = 0$

1. Donner un vecteur directeur de (d_m) .
2. Pour quelle valeur de m , la droite (d_m) est-elle parallèle à l'axe des abscisses ?
3. Pour quelle valeur de m , la droite (d_m) est-elle parallèle à l'axe des ordonnées ?
4. A quelle condition l'origine du repère appartient-elle à (d_m) ?

Exercice 15 ★★

Détermination de l'équation réduite et d'une équation cartésienne d'une droite du plan et droites remarquables du triangle

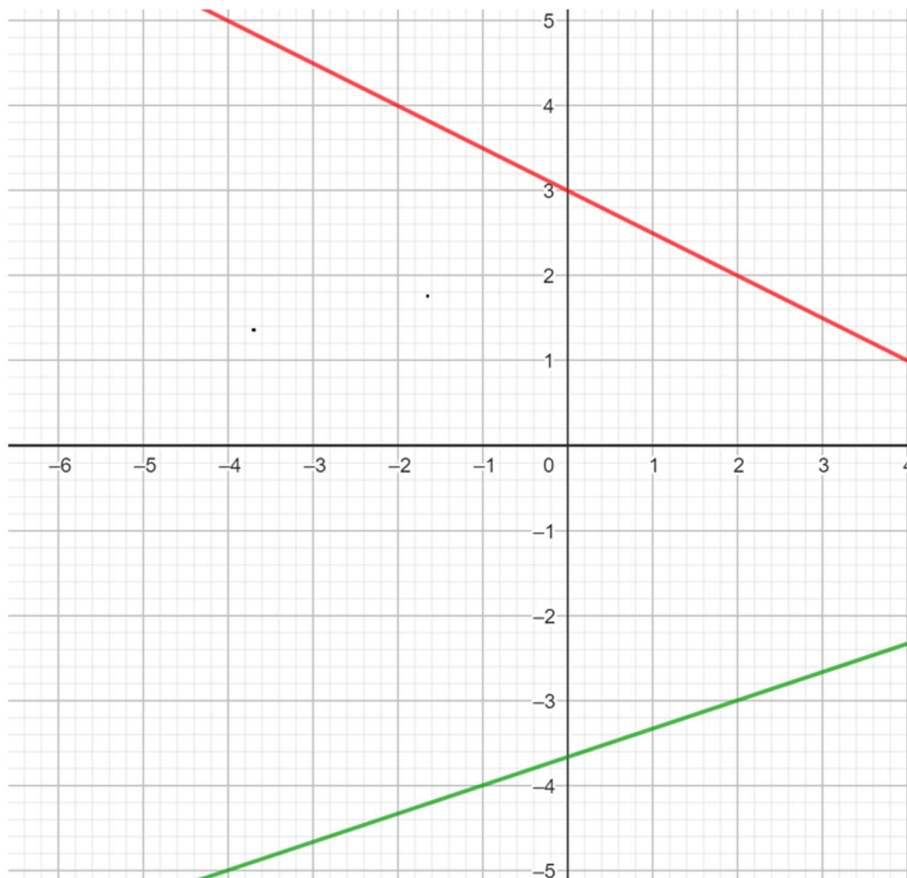
Dans le repère orthonormé (O, I, J) ci-dessous, on considère les points A et B dont on lira les coordonnées entières ainsi que le triangle OAB .

1. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$.
2. En déduire, en justifiant, le centre du cercle circonscrit au triangle OAB .
3. Déterminer, en justifiant, l'orthocentre du triangle OAB .
4. Déterminer, en justifiant comme indiqué ci-dessous, le centre de gravité du triangle OAB .
 - a) On déterminera tout d'abord l'équation réduite de la droite (AP) avec P milieu du segment $[OB]$ et de la droite (OK) .
 - b) Ensuite, on déduira une équation cartésienne de chacune de ces deux droites (AP) et (OK) .
 - c) Déterminer alors les coordonnées du centre de gravité L du triangle OAB en résolvant un système linéaire 2×2 que l'on déduira du 4. b).
5.
 - a) Que peut-on remarquer pour les points O , L et K ?
 - b) Justifier, sans calcul, cette conjecture.
 - c) Justifier, à l'aide des coordonnées des points O , L et K , cette conjecture.
6.
 - a) Calculer la longueur OK .
 - b) En déduire directement à l'aide des résultats précédents la longueur OL .
 - c) Vérifier ce résultat par le calcul à l'aide des coordonnées du point L .

Exercice 16 * ★★

Retrouver le point d'intersection des deux droites

Soient d et d' deux droites représentées ci-dessous.



Le but de cet exercice est de retrouver le point d'intersection « disparu » des deux droites.

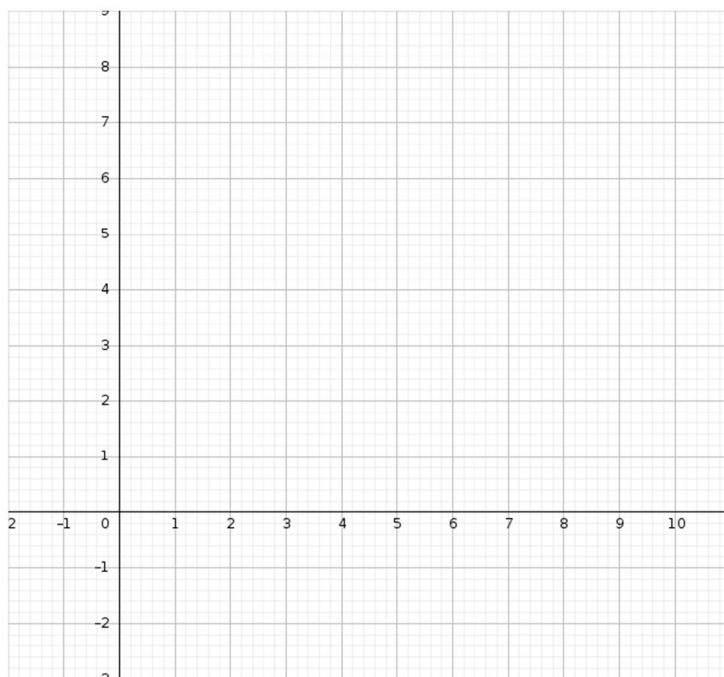
1. Déterminer les équations cartésiennes des deux droites.
2. Résoudre le système d'équations formé par ces deux droites pour trouver les coordonnées du point d'intersection.

Exercice 17 * ★★★

Avec un paramètre.

On donne la droite d_m qui admet pour équation : $(m + 1)x + (3 - m)y - 8m - 4 = 0$ avec $m \in \mathbb{R}$.

1. Représenter sur le graphique ci-dessous les droites d_1 ; d_0 et d_2 .
(c.a.d les droites pour $m = 1, m = 0$ puis $m = 2$). Que remarquez-vous ?
2. Prouver que le point $M(7; -1)$ appartient à toutes les droites d_m .



Exercice 18 * ★★★

Equation cartésienne d'une droite et détermination de la distance d'un point à une droite

Sur la **figure 1** ci-contre, d est une droite et A est un point du plan.

H est le projeté orthogonal de A sur d .

Par définition, la distance de A à d est le réel AH .

1. quelle est la distance de A à d lorsque A est sur d ?

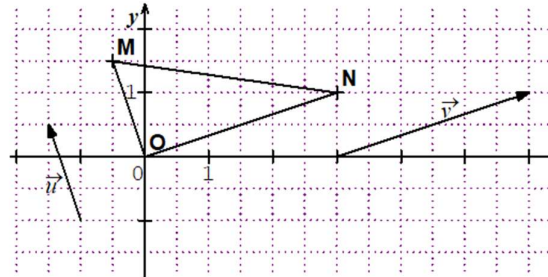
2. Dans cette question, nous allons démontrer la condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs.

Pour cela on procède comme suit :

On considère la **figure 2** ci-dessous dans un repère orthonormé.

Les vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont orthogonaux et nous avons $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ON}$.

- Calculons OM^2 , ON^2 et MN^2 .
- Déduire la condition analytique d'orthogonalité entre $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$.



3. Dans cette question, nous avons $A(3; -1)$

et la droite d a pour équation : $2x + y - 1 = 0$.

- Donner une équation de la droite Δ perpendiculaire à d et passant par A .
- Trouver les coordonnées du point H , intersection des droites d et Δ .
- Calculer la distance de A à d .

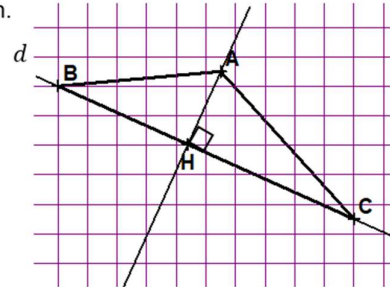


Fig.1

Fig.2