Seconde Générale et Technologique

Maths | <u>Chapitre 6 :</u> Equation cartésienne d'une droite

Enoncés des exercices

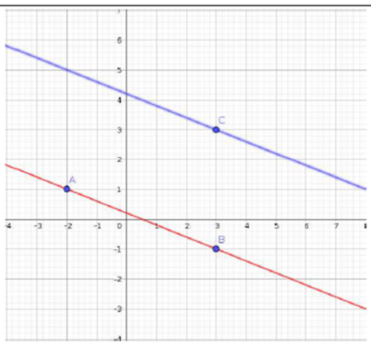
Les exercices sont classés en trois niveaux de difficulté :

- ★ Exercices d'application : comprendre les notions essentielles du cours
- ★★ Exercices d'entraînement : prendre les bons reflexes
- ★★★ Exercices d'approfondissement : aller plus loin

Exercices gratuits	Exercices sur abonnement*
★ 1 ★★ 7 ★★★ 13	★ 2 – 3 – 4 – 5 – 6 ★★ 8 – 9 – 10 – 11 – 12 ★★★ 14 – 15 – 16 – 17 – 18

Exercice 1 ★

Équation cartésienne d'une droite



Soit $A(-2;1)$; $B(3,-1)$ et $C(3;3)$ trois points du plan muni d'un repère orthonormé.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d, parallèle à (AB) passant par C.

Exercice 2 *★

Utilisation d'une équation cartésienne d'une droite et position relative de deux droites

d_1 et d_2 sont deux droites d'équations cartésiennes respectives $x + 2y - 4 = 0$ et $2x - 3y - 3 = 0$

1/ a) Quelle est l'ordonnée du point A d'abscisse 0 de d_1 ?

b) Quelle est l'ordonnée du point B d'abscisse 2 de d_1 ?

c) Quel est le rôle de $\overrightarrow{AB}$ pour la droite d_1 ?

d) Tracer la droite d_1.

2/ a) Déterminer les coordonnées d'un point de d_2.

b) Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de d_2.

c) Tracer la droite d_2.

3/ On se propose de déterminer les coordonnées du point d'intersection M entre d_1 et d_2.

a) Pour cela, quel système d'équations doit-on résoudre ?

b) Poser et résoudre ce système d'équations par la méthode de substitution.

c) Conclure sur les coordonnées du point M.

Exercice 3 *★

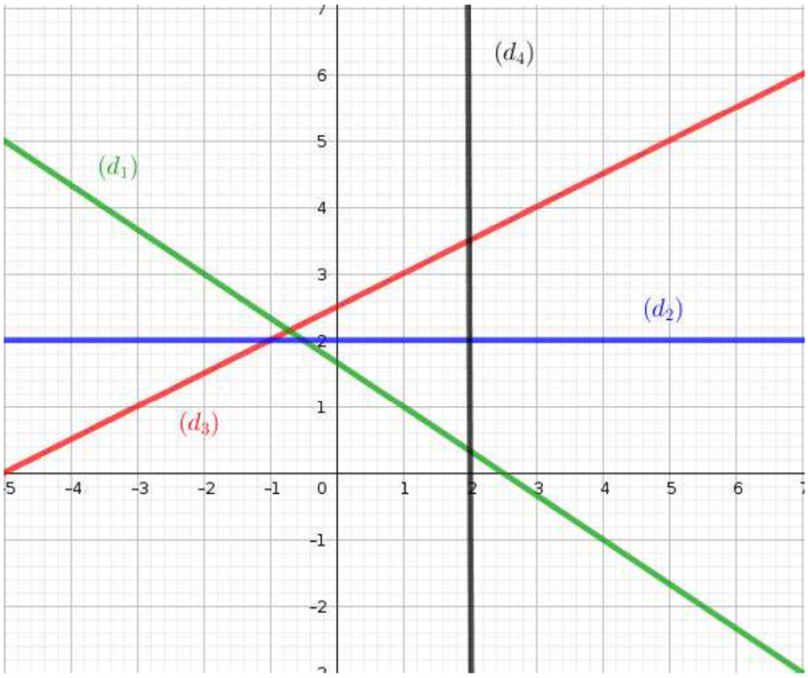
Déterminer une équation cartésienne d'une droite

Détermine une équation cartésienne de la droite passant par $A(-2\,;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-3\,;1)$.

Exercice 4 * ★

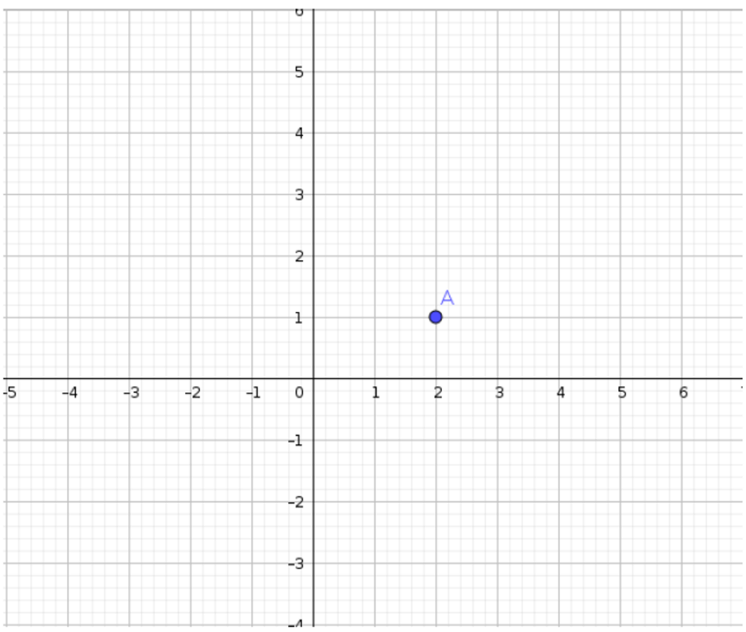
Vecteurs directeurs

1. Par lectures graphique, donner les vecteurs directeurs des droites d_1 ; d_2 ; d_3 et d_4.



2. Dans la figure ci-dessous, construire la droite passant par $A(2;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}$.

- $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$



Exercice 5 * ★

Détermination du point d'intersection et de la perpendicularité de deux droites

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$, on donne les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ données par leurs équations cartésiennes respectives suivantes :

$4x - 2y + 4 = 0$ et $3x + 6y - 42 = 0$.

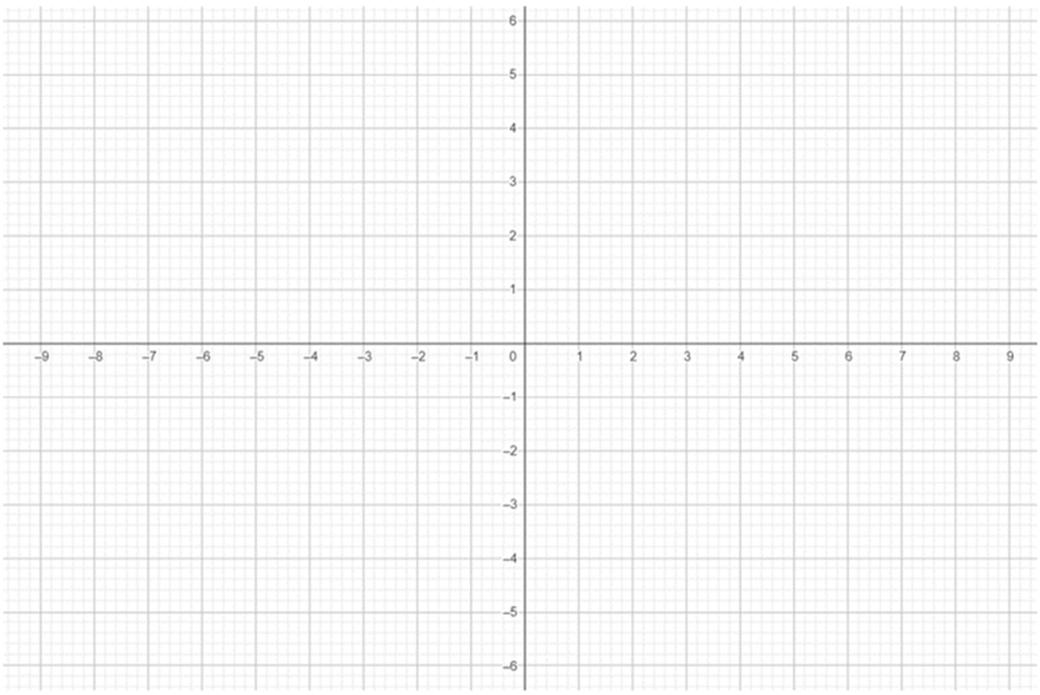
1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection M de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$.
2. À l'aide d'un point A de $\mathscr{D}$ et d'un point B de $\mathscr{D}'$, Démontrer que les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont perpendiculaires.

Exercice 6 * ★

<u>Représenter une droite donnée par une équation cartésienne</u>

Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter la droite d'équation cartésienne

$3x - 5y + 10 = 0$



Exercice 7 ★★

Equation cartésienne d’une droite du plan :

Le plan est rapporté orthonormé (O, I, J) ;
soient les points $A(-1\,;\,-3)$, $B(3\,;5)$, $C(-1\,;\,-7)$.

1. Faire une figure
2. Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites (AB) et (AC).
   Donner deux moyens de vérifier le résultat.
3. I est le milieu du segment [BC].
   Déterminer une équation de la droite (AI) médiane issue de A dans le triangle ABC.
4. Déterminer une équation de la droite d qui contient C est parallèle à (AB).

Exercice 8 * ★★

Résolution d’un système par substitution et par combinaison linéaire

1. Résoudre le système suivant par substitution :

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ -5x - y = 2 \end{cases}$$

2. Résoudre le système suivant par combinaison linéaire :

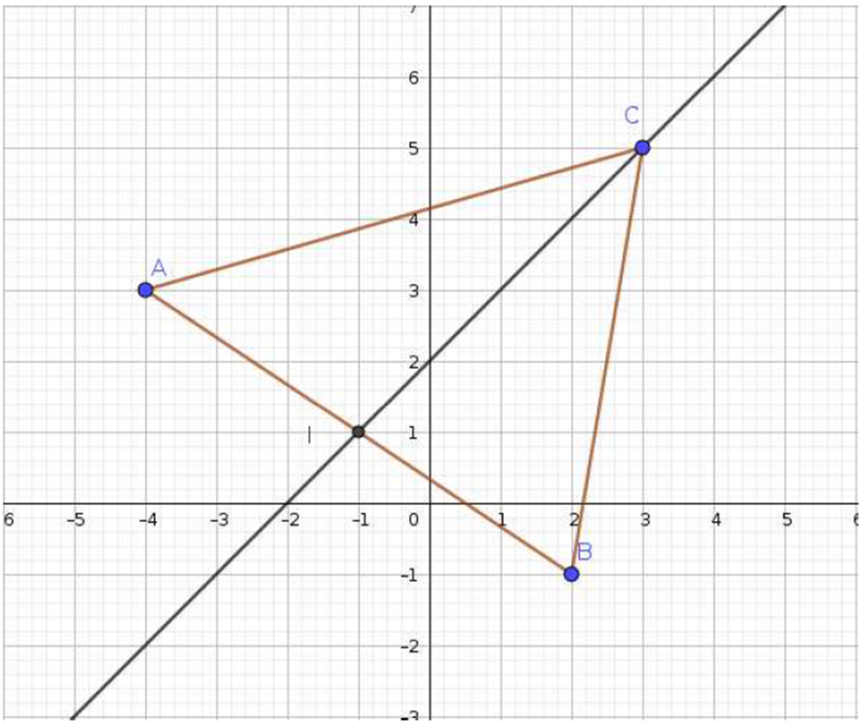
$$\begin{cases} -4x + 7y = 1 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$$

CORRIGEO

Exercice 9 *★★

Équation d'une médiane.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé. On donne :
$A(-4;3)$; $B(2;-1)$ et $C(3;5)$.
I est le milieu de $[AB]$.
Donner une équation cartésienne de la médiane issue de C.



Exercice 10 * ★★

Détermination d'une équation cartésienne et de l'équation réduite d'une droite et position relative de deux droites

Soit deux points $A(2\,;5)$ et $B(2\,;9)$ donnés dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
3. En déduire l'équation réduite, puis le coefficient directeur ou la pente de la droite (AB).
4. Tracer cette droite (AB) dans le repère orthonormé$(O\,;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
5. Déterminer l'équation réduite de la droite (d) passant par A de pente $\frac{7}{4}$, puis donner une équation cartésienne de (d) .
6. Tracer cette droite (d) dans le repère orthonormé$(O\,;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
   Quelle conjecture peut-on faire ?
7. Soit la droite(d') d'équation $y = 1$.
   a) Déterminer les coordonnées du point C d'intersection des droites (d) et (d').
   b) Montrer que le triangle CAB est rectangle. Conclure.

CORRIGEO

Exercice 11 * ★★

Résolution de systèmes d’équations par la méthode la plus adaptée

Résoudre les systèmes suivants par la méthode la plus adaptée :

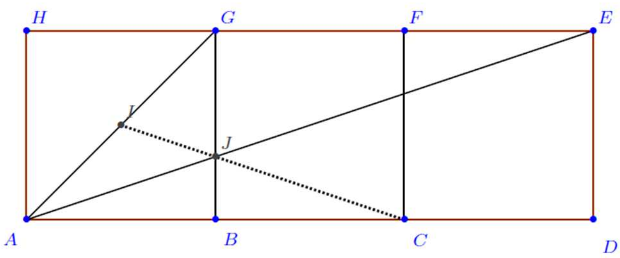
1. $\begin{cases} -5x + y = 0 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} -2x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 4y + 2 = 0 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \frac{2}{3}x - 3y + 7 = 0 \\ -x + \frac{1}{2}y = 0 \end{cases}$

Exercice 12 * ★★

Avec un repère.



Dans la figure ci-dessus, $ABGH$, $BCFG$ et $CDEF$ sont des carrés, les points A, B, C et D sont alignés. I est le milieu de $[AG]$ et les droites (AE) et (BG) sont sécantes en J.

1. En utilisant le théorème de Thalès, exprimer BJ en fonction de DE
2. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AH})$.
   Donner les coordonées de tout les points de la figure.
3. Démontrer que les points I, J et C sont alignés.

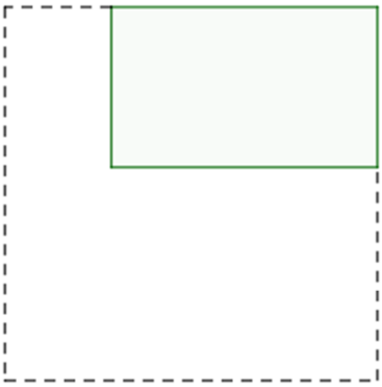
CORRIGEO

Exercice 13 ★★★

Résolution de problème : Système d'équation à deux inconnues

Un fermier a un potager rectangulaire de longueur 50 mètres et de largeur 30 mètres. Il souhaite agrandir la surface de son potager en augmentant la longueur de x mètres et la largeur de y mètres pour ainsi obtenir un terrain carré dont le périmètre est égal à 500 mètres.

De combien de mètres le fermier devra-t-il rallonger la longueur et la largeur de son potager ?



Indications :

1. Ecrire un système d'équations à deux inconnues x et y traduisant les données de l'énoncé.
2. Calculer x et y. Conclure.

Exercice 14 *★★★

Droites et paramètre.

Soit $m \in \mathbb{R}$ et $(d_m) : mx + (1-m)y + 3 - m = 0$

1. Donner un vecteur directeur de (d_m).
2. Pour quelle valeur de m, la droite (d_m) est-elle parallèle à l'axe des abscisses ?
3. Pour quelle valeur de m, la droite (d_m) est-elle parallèle à l'axe des ordonnées ?
4. A quelle condition l'origine du repère appartient-elle à (d_m) ?

CORRIGEO

Exercice 15 *★★★

Détermination de l'équation réduite et d'une équation cartésienne d'une droite du plan et droites remarquables du triangle

Dans le repère orthonormé (O, I, J) ci-dessous, on considère les points A et B dont on lira les coordonnées entières ainsi que le triangle OAB.

1. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$.
2. En déduire, en justifiant, le centre du cercle circonscrit au triangle OAB.
3. Déterminer, en justifiant, l'orthocentre du triangle OAB.
4. Déterminer, en justifiant comme indiqué ci-dessous, le centre de gravité du triangle OAB.

a) On déterminera tout d'abord l'équation réduite de la droite (AP) avec P milieu du segment $[OB]$ et de la droite (OK).

b) Ensuite, on déduira une équation cartésienne de chacune de ces deux droites (AP) et (OK).

c) Déterminer alors les coordonnées du centre de gravité L du triangle OAB en résolvant un système linéaire 2×2 que l'on déduira du 4. b).

5. a) Que peut-on remarquer pour les points O, L et K ?

b) Justifier, sans calcul, cette conjecture.

c) Justifier, à l'aide des coordonnées des points O, L et K , cette conjecture.

6. a) Calculer la longueur OK.

b) En déduire directement à l'aide des résultats précédents la longueur OL.

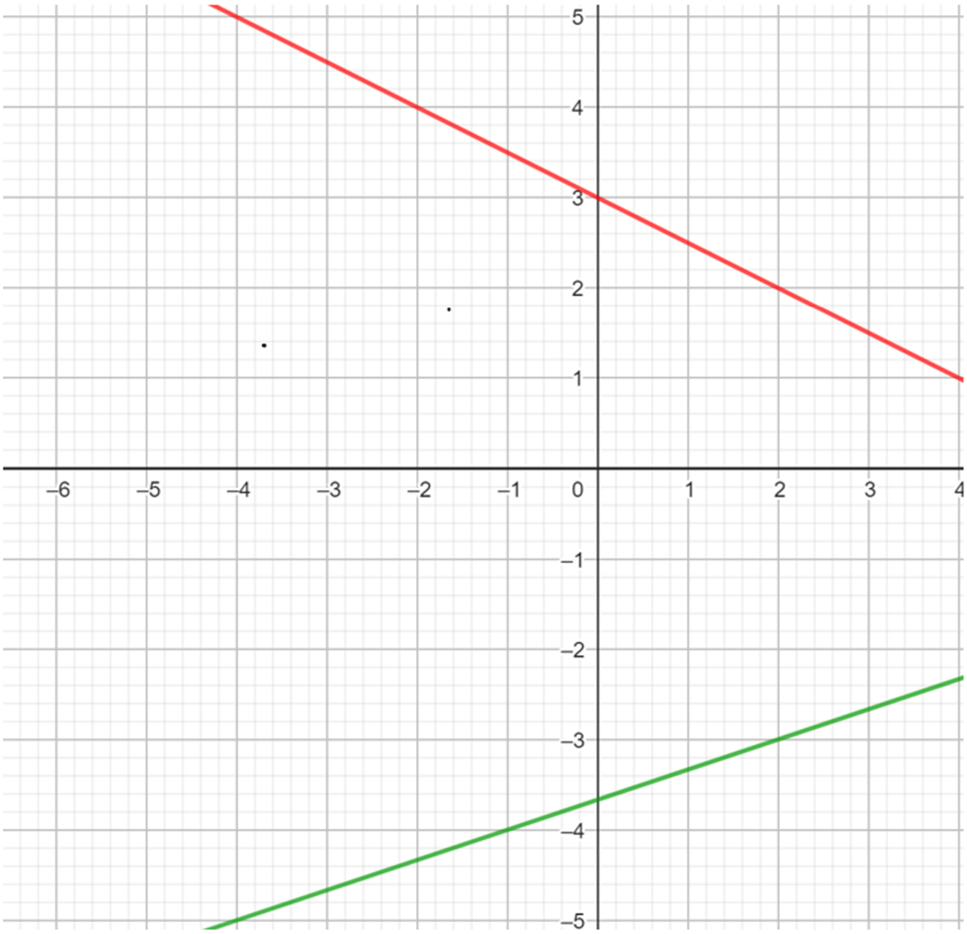
c) Vérifier ce résultat par le calcul à l'aide des coordonnées du point L.

CORRIGEO

Exercice 16 *★★★

Retrouver le point d'intersection des deux droites

Soient d et d' deux droites représentées ci-dessous.



Le but de cet exercice est de retrouver le point d'intersection « disparu » des deux droites.

1. Déterminer les équations cartésiennes des deux droites.

2. Résoudre le système d'équations formé par ces deux droites pour trouver les coordonnées du point d'intersection.

CORRIGEO

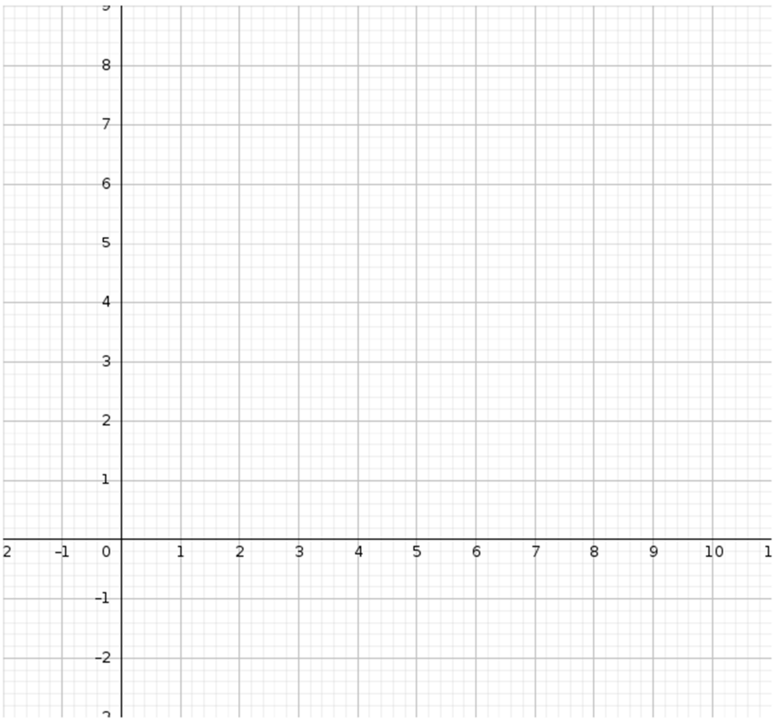
Exercice 17 * ★★★

Avec un paramètre.

On donne la droite d_m qui admet pour équation : $(m+1)x + (3-m)y - 8m - 4 = 0$ avec $m \in \mathbb{R}$.

1. Représenter sur le graphique ci-dessous les droites d_1 ; d_0 et d_2.
   (c.a.d les droites pour $m = 1$*,* $m = 0$ *puis* $m = 2$*)*. Que remarquez-vous ?

2. Prouver que le point $M(7; -1)$ appartient à toutes les droites d_m.



Exercice 18 * ★★★

Equation cartésienne d'une droite et détermination de la distance d'un point à une droite

Sur la **figure1** ci-contre, d est une droite et A est un point du plan.

H est le projeté orthogonal de A sur d.

Par définition, la distance de A à d est le réel AH.

1. quelle est la distance de A à d lorsque A est sur d ?

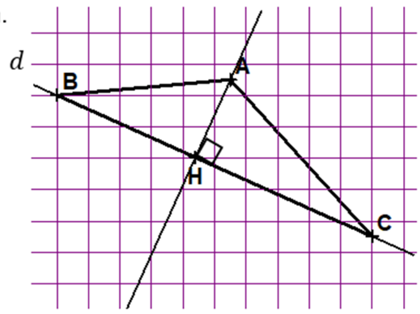


Fig.1

2. Dans cette question, nous allons démontrer la condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs.
   Pour cela on procède comme suit :
   On considère la **figure 2** ci-dessous dans un repère orthonormé.
   Les vecteurs $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont orthogonaux et nous avons $\vec{u}=\overrightarrow{OM}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{ON}$.

a) Calculons OM^2,ON^2 et MN^2.

b) Déduire la condition analytique d'orthogonalité entre $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$.

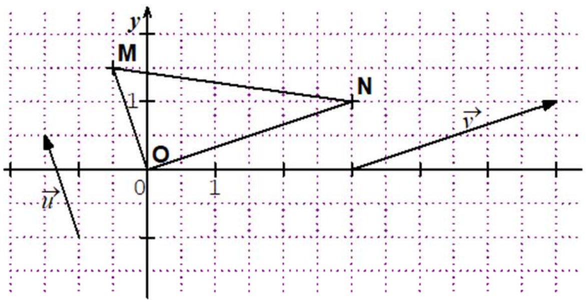


Fig.2

3. Dans cette question, nous avons $A(3\,;-1)$ et la droite d a pour équation : $2x+y-1=0$.
   a) Donner une équation de la droite Δ perpendiculaire à d et passant par A.
   b) Trouver les coordonnées du point H , intersection des droites d et Δ.
   c) Calculer la distance de A à d.