CORRIGEO

Seconde Générale et Technologique

Maths | Chapitre 9 : Information chiffrée et statistique descriptive

Enoncés des exercices

Les exercices sont classés en trois niveaux de difficulté :

- ★ Exercices d'application : comprendre les notions essentielles du cours
- ★★ Exercices d'entraînement : prendre les bons reflexes
- ★★★ Exercices d'approfondissement : aller plus loin

Exercices gratuits	Exercices sur abonnement*
★ 1 ★★ 7 ★★★ 13	★ 2 – 3 – 4 – 5 – 6 ★★ 8 – 9 – 10 – 11 – 12 ★★★ 14 – 15 – 16 – 17 – 18

Exercice 1 ★

Information chiffrée et statistique descriptive

Pourcentages

Évolution du nombre de motos en France entre 2020 et 2022.

1. En 2022, le nombre de motos vendues était de 182576.
   Le nombre de motos de la marque honda était de 30947.
   Quelle est la proportion du nombre de motos Honda par rapport à celui du nombre total de motos ?
2. En 2020 le nombre de motos vendus était de 178181, en 2021, il a augmenté de $9,2\%$.
   Quel était le nombre de motos vendus en 2021 ?
3. En 2018, le nombre de motos vendus était de 164956.
   En 2019, il a augmenté de 12% par rapport à 2018.
   En 2020, il a baissé de $3,6\%$.
   retrouver le nombre de motos vendus en 2020 en utilisant ces données.

Exercice 2 *★

Utilisation du couple moyenne et écart type dans un contrôle de production

Dans une entreprise de forge industrielle, une presse produit des tiges cylindriques.

On a prélevé dans la production un échantillon de 50 tiges dont on a mesuré la longueur.

On note x_i la longueur (en cm) de la tige cylindrique mesurée et n_i l'effectif correspondant :

x_i	4,90	4,91	4,94	4,99	5,01	5,02	5,05	5,06	5,08	5,10
n_i	3	1	6	8	8	7	8	3	4	2

1. Calculer la longueur moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ des longueurs de cette série arrondis à 10^{-2} près.
2. Une tige est acceptable si sa longueur x_i , en cm, est telle que $x_i \in [\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$
   a) Préciser les bornes de l'intervalle précédent.
   b) Déterminer le pourcentage de tiges acceptables dans cet échantillon.
3. Les réglages de la presse sont changés pour améliorer son rendement.
   On obtient alors la série de mesures ci-dessous :

x_i	4,90	4,91	4,94	4,99	5,01	5,02	5,03	5,04	5,08	5,10
n_i	1	3	6	8	13	7	8	2	1	1

   a) Calculer la longueur moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ des longueurs de cette nouvelle série.
   b) L'objectif est-il atteint ? Justifier.

Exercice 3 *★

Etude statistiques : Calcul de moyenne, de médiane et d'écart-type

Un maire décide d'étudier la répartition du nombre d'habitants par logement. Sa ville compte 6 212 habitants et sont répartis dans le tableau suivant :

Nombre d'habitants	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Nombre de logements	617	1702	1581	802	718	441	351

1. Calculer le nombre moyen d'habitants par logement dans la ville.

2. Calculer la médiane de cette étude statistique.

3. Calculer la variance et l'écart-type de cette série.

Exercice 4 * ★

Médiane et moyenne

On s'intéresse à la série suivante :

$$7 - 9 - 9 - 11 - x - 15 - 15 - 15,5 - 16,5 - y$$

. Trouver x et y pour que la médiane de cette série soit 13 et sa moyenne 12, 9.

Exercice 5 * ★

Médiane, quartiles, diagramme en boite à « Moustaches »

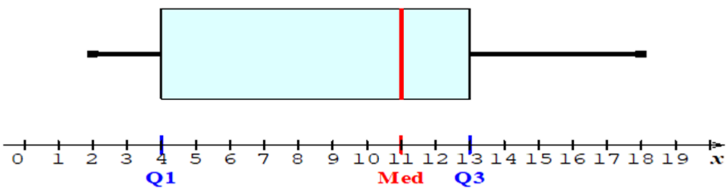
A/ Soit la série $S_1 = \{2; 4 ; 5 ; 6 ; 7; 9 ; 10; 13; 14 ; 16 ; 18; 20\}$ contenant 12 valeurs rangées dans l'ordre croissant.

1. Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 de cette série.
2. Déterminer l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$.
3. La médiane Me de cette série
4. Déterminer le pourcentage des valeurs situées dans l'intervalle $[Q_1; Q_3]$.
5. Représenter le diagramme en boite à « Moustaches » de cette série
6. Calculer la moyenne $\bar{x}_1$ de cette série.

B/ Soit la série $S_2 = \{2 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 11 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 18\}$

On a représenté la série par le diagramme en « boîte à moustaches » suivant :

Information :
Q_1 est le premier quartile, Q_3 le troisième quartile et Me la médiane



1. Justifier que $Q_1 = 4$, $Q_3 = 13$ et $Me = 11$.
2. Calculer $Q_3 - Q_1$.
3. Donner le pourcentage des valeurs du caractère situées dans l'intervalle $[Q_1; Q_3]$.
4. Regrouper la série en classes
5. Calculer la moyenne $\bar{x}_2$ de cette série

C/ Comparaison des deux séries S_1 et S_2

1. Que peut-on dire au niveau des paramètres de dispersion et donc de l'étalement des deux séries ?
2. Que peut-on dire au niveau des paramètres de position ?
3. Les valeurs de ces deux séries sont les notes obtenues à un devoir de Math par les deux demi-groupes d'une classe de 2nde soit G_1 pour S_1 et G_2 pour S_2. Que peut-on conclure ?

Exercice 6 * ★

Calculs de proportions de proportions et pourcentages

Dans une classe de 30 élèves, on effectue un sondage pour connaître leurs préférences en matière de sports.

Les résultats montrent que parmi les élèves pratiquant un sport, 60% pratiquent le football et 40% pratiquent le basket-ball. De plus, parmi les élèves qui pratiquent le football, 75% aiment également le tennis, tandis que parmi les élèves qui pratiquent le basket-ball, 50% aiment également le tennis.

1. Calculer la proportion d'élèves qui pratiquent le football parmi tous les élèves de la classe.
2. Calculer la proportion d'élèves qui pratiquent le basket-ball parmi tous les élèves de la classe.
3. Calculer la proportion d'élèves qui pratiquent à la fois le football et le tennis parmi tous les élèves de la classe.
4. Calculer la proportion d'élèves qui pratiquent à la fois le basket-ball et le tennis parmi tous les élèves de la classe.

Exercice 7 ★★

Information chiffrée et Statistique

Le service assurance qualité d'une usine de fabrication de fers à Béton effectue un contrôle sur sa production. Une machine fabrique des fers cylindriques pour le béton armé, de diamètre théorique 25 mm.

On contrôle le fonctionnement en prélevant un échantillon de 100 pièces au hasard dans la fabrication. Les mesures des diamètres ont donné les résultats suivants :

Classes par diamètres	$[24,0; 24,2[$	$[24,2; 24,4[$	$[24,4; 24,6[$	$[24,6; 24,8[$	$[24,8; 25,0[$	$[25,0; 25,2[$	$[25,2; 25,4[$	$[25,4; 25,6[$
Effectifs	0	5	13	24	19	14	10	8
Classes par diamètres	$[25,6; 25,8[$	$[25,8; 26,0[$						
Effectifs	5	2						

On suppose la répartition régulière dans chaque classe.

1. Calculez la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type σ de la série statistique obtenue en considérant les centres des classes affectés des effectifs correspondants.
2. La production de la machine est jugée bonne si la série des mesures de l'échantillon remplit les trois conditions suivantes :
   - $\bar{x}$ appartient à l'intervalle $[24,9; 25,1]$;
   - σ est strictement inférieur à $0,4$.
   - 90 % ,au moins, de l'effectif dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$

Exercice 8 * ★★

Problème de batterie : comparer deux séries statistiques

Une entreprise de production de téléphones mobiles souhaite comparer la performance de deux modèles de téléphones, A et B, en termes de durée de batterie.

Pour cela, elle a effectué des tests sur un échantillon de 11 téléphones de chaque modèle et a enregistré les durées de batterie en heures. Voici les résultats obtenus :

Modèle A :
40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50

Modèle B :
9, 17, 23, 28, 33, 34, 49, 50, 53, 94, 105.

1. Calculer la moyenne, la médiane, l'écart-type et l'étendue pour chaque modèle.
2. Comparer les moyennes des deux modèles et interprétez les résultats.
3. Quel modèle présente une plus grande dispersion des durées de batterie ?
4. Quel modèle présente une plus grande variabilité des durées de batterie ?
5. Comment utiliser ces résultats pour recommander l'un des modèles de téléphone à un ami soucieux de la durée de batterie ?

Exercice 9 *★★

<u>Test de normalité</u>

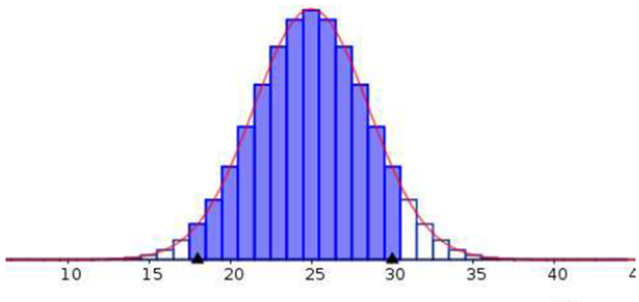
La règle $68 - 95 - 99,7$ est souvent utilisée comme approximation de la probabilité d'un phénomène à partir de l'écart-type, sous l'hypothèse que la variable aléatoire sous-jacente suit une loi normale. On peut également l'utiliser pour éliminer des données aberrantes (sous l'hypothèse de normalité) ou inversement comme test de normalité si l'on suspecte que la variable aléatoire ne suit pas la loi normale.
(wikipédia)
Dans la pratique, on calcule la moyenne $\bar{x}$ d'une série puis son écart type σ. Ensuite on détermine les intervalles :

- $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$;
- $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$ et
- $[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$

Si :

- 68% des valeurs de la série sont dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$;
- 95% des valeurs de la série sont dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$ et
- $99,7\%$ des valeurs de la série sont dans l'intervalle $[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$.

Alors, la probabilité que la série suive une loi normale est élevée



Une illustration d'une série pouvant être approximée par une loi normale

Dans la suite la suite de l'exercice on s'intéresse à la série statistique suivante :

Valeur du caractère	Fréquence du caractère	Valeur du caractère	Fréquence du caractère
12	0.0001	26	0.108
13	0.0003	27	0.096
14	0.0008	28	0.0788
15	0.002	29	0.0598
16	0.0044	30	0.0419
17	0.0087	31	0.027
18	0.016	32	0.016
19	0.027	33	0.0087
20	0.0419	34	0.0044
21	0.0598	35	0.002
22	0.0788	36	0.0008
23	0.096	37	0.0003
24	0.108	38	0.0001
25	0.1123		

Dont la moyenne est $\bar{x} = 25$ et l'écart type $\sigma = 3,5$.

1. Déterminer les intervalles :

   - $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$;
   - $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$
   - $[\bar{x} - 3\sigma ; \bar{x} + 3\sigma]$

2. Quel est le poucentage de valeurs appartenant à ces différents intervalles ?

3. Cette série peut-elle suivre une loi normale ?

Exercice 10 * ★★

La statistique au service de la médecine

Pour étudier l'effet de la caféine sur le rythme cardiaque, on réalise l'expérience suivante :

Douze personnes prennent une tasse de café décaféiné puis, 24h plus tard, une tasse de café avec caféine. Ils ignorent, à chaque fois si le café contient de la caféine ou non.

Le rythme cardiaque, en nombre de battements par minute est mesuré à chaque fois deux heures après absorption du café.

On note x_i le rythme cardiaque de la personne N° i après absorption de café décaféiné et y_i le rythme cardiaque de la personne N°i après absorption de café normal.

Le tableau suivant indique les résultats obtenus :

Personne N°	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
x_i	81	76	78	62	74	80
y_i	80	92	93	66	73	75

Personne N°	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
x_i	64	66	80	72	91	68
y_i	75	85	91	93	90	86

1/ Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ_x de la série des x_i .

2/ Calculer la moyenne $\bar{y}$ et l'écart type σ_y de la série des y_i .

3/ On pose $z_i = y_i - x_i$ (par exemple, $z_1 = 80 - 81 = -1$)

a) Dresser le tableau de la série des z_i.

b) Calculer la moyenne $\bar{z}$ et l'écart type σ_z de la série des z_i .

c) Quelle remarque peut-on faire au niveau des moyennes $\bar{x}$; $\bar{y}$ et $\bar{z}$? justifier ?

d) En est-il de même pour les écarts -types σ_x, σ_y et σ_z ?

4/ On pose $t = \dfrac{\bar{z}\sqrt{n}}{\sigma_z}$, n désignant le nombre de sujets. (ici $n = 12$)

Lorsque $t > 2{,}2$, les statisticiens médicaux estiment que la caféine augmente de façon significative le rythme cardiaque deux heures après son absorption.

Calculer t et conclure sur cet échantillon.

Exercice 11 * ★★

Calculer et interpréter un taux d'évolution global et réciproque

Dans une entreprise de vente en ligne, le nombre de commandes a évolué au fil des années. Voici les données concernant le nombre de commandes sur une période de quatre ans :

Années	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**
Nb de commandes	500	700	900	1200

1. Calculer le taux d'évolution global du nombre de commandes entre 2019 et 2022.
2. Calculer le taux d'évolution réciproque du nombre de commandes pour revenir au nombre de commandes initial après les quatre années.
3. Interpréter le taux d'évolution global dans le contexte de l'évolution du nombre de commandes.
4. Calculer la moyenne du nombre de commandes sur les quatre années.
5. Calculer l'écart-type du nombre de commandes sur les quatre années.
6. Interpréter la moyenne et l'écart-type dans le contexte de l'évolution du nombre de commandes.

Exercice 12 * ★★

Remises et promotions

1. Lors d'une promotion, un magasin fait une remise de 50% sur l'ensemble des articles du magasin. Les possesseurs de la carte de fidélité du magasin bénéficient d'une remise supplémentaire de 10%. Quelle est la remise effective pour ces détenteurs de la carte ?

2. Le commerçant multiplie par 2 le prix d'achat pour obtenir le prix de vente. En effectuant cette remise de 55%, fait-il un bénéfice sur les articles vendus de cette manière ? La loi impose que l'on ne peut pas vendre un article à perte en dehors des périodes de soldes. La promotion peut-elle s'appliquer en dehors de ces périodes ?

Exercice 13 ★★★

Investissement et pourcentage d'évolution

Un investisseur place 10 000 euros dans une entreprise au début de l'année. À la fin de chaque trimestre, la valeur de son investissement augmente ou diminue en fonction de la performance de l'entreprise. Voici les résultats pour chaque trimestre :

- Premier trimestre : L'investissement augmente de 5%.
- Deuxième trimestre : L'investissement diminue de 3%.
- Troisième trimestre : L'investissement augmente de 7%.
- Quatrième trimestre : L'investissement diminue de 2%.

1. Calculez la valeur de l'investissement à la fin de chaque trimestre, en effectuant les calculs d'évolution successives.

2. Quelle est la valeur finale de l'investissement à la fin de l'année ?

3. Calculez le pourcentage d'évolution total de l'investissement par rapport à son montant initial de 10 000 euros.

4. Si l'investisseur souhaite réaliser un bénéfice de 12%, quelle devrait être la valeur finale de l'investissement à la fin de l'année ?

Exercice 14 *★★★

<u>Salaire moyen des 1% plus gros salaires dans le secteur privé en 2021</u>

Sur le site de l'INSEE, on peut lire :

Les salaires dans le secteur privé en 2021

Des évolutions encore affectées par la crise sanitaire

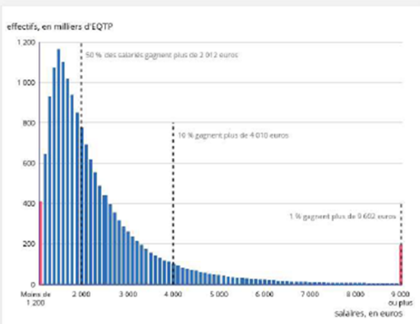
Joan Sanchez Gonzalez, Ndeye Penda Sokhna (Insee)

En 2021, un salarié du secteur privé gagne en moyenne 2 524 euros nets par mois en équivalent temps plein (EQTP). En contrecoup de la forte hausse en trompe-l'œil de 2020 (+3,2 % en euros constants) et dans un contexte d'augmentation de l'inflation (+1,6 % en 2021), le salaire net moyen en EQTP a diminué de 1,3 % sur un an en euros constants. Depuis 2019, dernière année avant la crise sanitaire, il a ainsi augmenté de 1,9 % en euros constants. Cette augmentation résulte en grande partie de modifications dans la composition de l'emploi imputables à la crise sanitaire et, dans une moindre mesure, de progressions salariales individuelles.

Lorsqu'ils ne sont pas mesurés en équivalent temps plein mais rapportés à la durée contractuelle des emplois, les salaires perçus par les salariés au titre de leur activité ont diminué de 0,6 % entre 2019 et 2021 en euros constants. Cette baisse a néanmoins été compensée par les indemnités versées dans le cadre du recours au chômage partiel, si bien que les revenus professionnels des salariés ont globalement augmenté en deux ans de 1,1 %.

Les femmes gagnent en moyenne 14,8 % de moins que les hommes en EQTP. Cet écart s'est réduit de 0,4 point par rapport à 2020, portant à 6,1 points sa diminution depuis 2008.

Figure 2 – Distribution des salaires mensuels nets en équivalent temps plein (EQTP) en 2021



https : //www.insee.fr/fr/statistiques/6799523#graphique − figure2

On apprend aussi sur cette page que, en 2021 :

- le nombre de salariés était de 16635452.
- le nombre de personnes gagnant plus que 9000 euros nets par mois était de 194426.

1. D'après les documents,
   (a) Quel est le salaire moyen dans le secteur privé en 2021 ?
   (b) Quel est le salaire médian ?
2. Comment expliquer l'écart entre la moyenne et la médiane dans cette série ?
3. Un calcul préalable permet de savoir que le salaire moyen des personnes gagnant moins de 9000 euros nets par mois est de 2367, 78 euros.
   Calculer le salaire moyen des personnes gagnant plus de 9000 euros nets par mois.

Exercice 15 *★★★

Utilisation des principaux paramètres d'une série continue dans un contrôle de production

On effectue des essais sur un échantillon de 220 ampoules électriques afin de tester leur durée de vie. Cette durée est exprimée en heures.

Les résultats sont regroupés par classe d'amplitudes égale à100 h dans le tableau en deux parties ci-dessous : On note C_i la classe et n_i l'effectif de cette classe de numéro i

C_i	$[1100; 1200[$	$[1200; 1300[$	$[1300; 1400[$	$[1400; 1500[$
n_i	6	14	25	75

C_i	$[1500; 1600[$	$[1600; 1700[$	$[1700; 1800[$	$[1800; 1900[$
n_i	80	10	8	2

On suppose la répartition régulière dans chaque classe.

1. a) Tracer le diagramme des fréquences cumulées croissantes.
   b) Déduisez-en, graphiquement, une valeur approchée de la médiane et des quartiles.
   c) Calculez ces trois paramètres.
2. Calculez, en remplaçant chaque classe par son centre, la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ de cette série.
3. Calculez le pourcentage d'ampoules dont la durée de vie est dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$,
   puis dans $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$, puis dans$[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$.
4. Un autre lot d'ampoules de même puissance, provenant d'un autre fabricant, est également
   testé. La moyenne des durées de vie est de 1400 h et l'écart-type de 140 h.
   Quel est celui des deux lots qui semble être le meilleur ?

Exercice 16 * ★★★

Résolution de problème : Quelle offre choisir ?

Dans un restaurant, les clients bénéficient de deux offres spéciales le jour de leur anniversaire. Les clients ayant une carte de fidélité reçoivent une réduction de 25% sur leur repas, tandis que tous les clients peuvent profiter de l'offre "1 plat offert pour 2 plats achetés".

Ces deux offres ne peuvent pas être combinées.

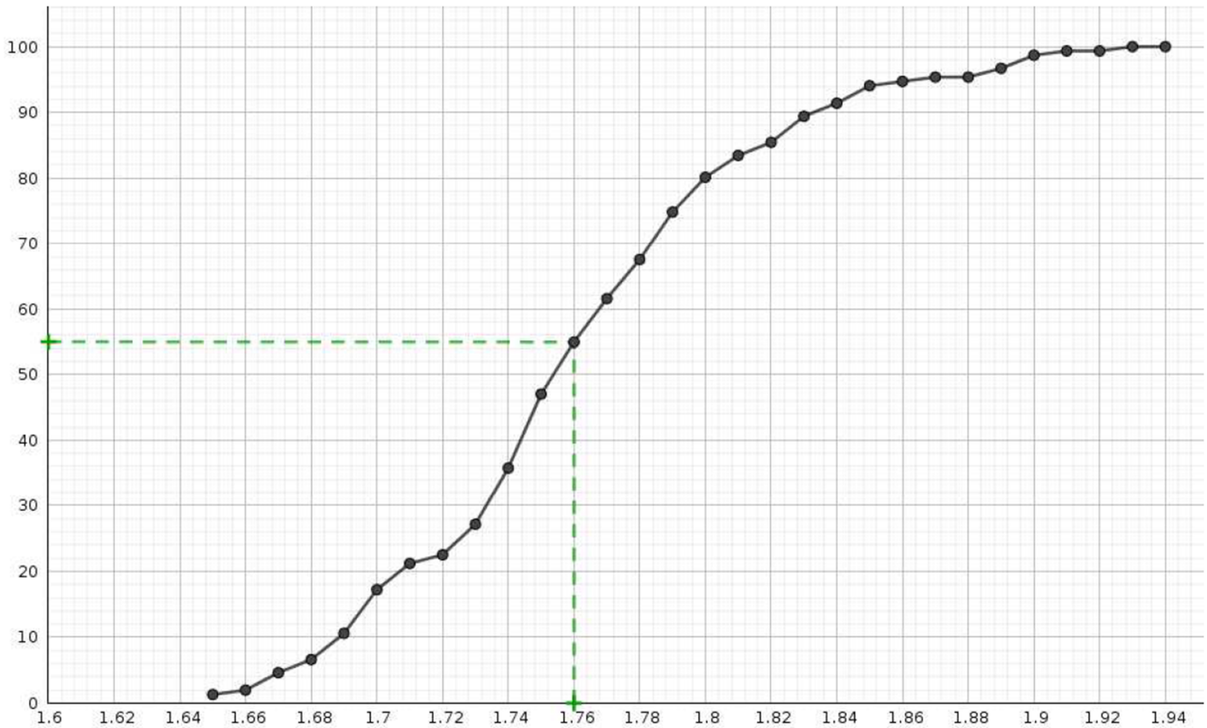
1. Un client qui possède une carte de fidélité commande trois plats de même prix. Le serveur lui suggère de profiter de l'offre "1 plat offert" et de ne payer que deux plats. Cependant, le client préfère utiliser sa carte de fidélité.
   A-t-il raison ou tort ?

2. Un autre client, également titulaire d'une carte de fidélité, commande trois plats de prix différents.
   a) Donner un exemple de prix pour lequel le client a intérêt à utiliser sa carte de fidélité.
   b) Donner un exemple de prix pour lequel le client a intérêt à choisir l'offre "1 plat offert".
   c) Exprimer la condition sur les prix des plats pour que le client ait intérêt à utiliser sa carte de fidélité.

Exercice 17 * ★★★

Polygône des fréquences cumulées croissantes.

Le graphique ci-dessous représente le polygone des fréquences cumulées croissantes d'une série statistique dont le caractère étudié est la taille des individus.
Il permet de donner une approximation du pourcentage d'individus pour lesquels la valeur du caractère est strictement inférieure à une valeur donnée.
Par exemple, 55% *de la population a une taille inférieure à* $1,76m$ *et* 100% *une taille inférieure à* $1,94m$.



1. Quelle est la taille minimale des individus qui compose cette série ?
2. Quelle est la taille maximale des individus qui compose cette série ?
3. Quel est le pourcentage des individus dont la taille est strictement inférieure à $1,84m$?
4. Quelle est la taille des 80% personnes les plus petites de cette population ?
5. Retrouver la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de cette série.

CORRIGEO

Exercice 18 * ★★★

Moyenne. Systèmes linéaires

Un candidat passe un examen comportant sept épreuves.

Voici cinq des sept notes obtenues par ce candidat :

NB : Les notes des différentes épreuves sont sur 20

x_i	5	8	11	14	17
n_i	2	3	1	4	1

1. Quelle est la moyenne de cette série statistique ? arrondir à 10^{-2} près.
2. Les deux notes manquantes, x et y , sont les notes de matières de coefficients

   respectifs 2 et 3.

   Exprimer en fonction de x et de y la moyenne des sept notes affectées de leurs coefficients.

3. On sait que la somme des deux notes manquantes est égale à 21.

   La moyenne m peut-elle être égale à :

   a) à 8 ? b) à 10 ? c) à 12 ? d) à 15 ?

4. a) Déterminer l'intervalle dans lequel doit se situer la moyenne m ?

   b) Sachant que m est un entier naturel, déterminer m, puis déduire x et y.