CORRIGEO

Seconde Générale et Technologique

Maths | <u>Chapitre 10 :</u> Probabilités sur un ensemble fini

Enoncés des exercices

Les exercices sont classés en trois niveaux de difficulté :

- ★ Exercices d'application : comprendre les notions essentielles du cours
- ★★ Exercices d'entraînement : prendre les bons reflexes
- ★★★ Exercices d'approfondissement : aller plus loin

Exercices gratuits	Exercices sur abonnement*
★ 1 ★★ 7 ★★★ 13	★ 2 – 3 – 4 – 5 – 6 ★★ 8 – 9 – 10 – 11 – 12 ★★★ 14 – 15 – 16 – 17 – 18

Exercice 1 ★

Calcul de probabilités à partir d'un tableau

On dépose dans une urne des billes de couleur numérotées de 1 à 3, indiscernables au toucher.
Le tableau ci-contre donne la répartition des billes en fonction de leur couleur et de leur numéro.

	Bleu	**Rouge**	**Vert**
1	4	2	4
2	3	6	2
3	5	4	6

On tire au hasard une bille.
Soient A l'événement « la bille est verte » et B l'événement « le numéro est impair ».

1. Calculer $p(A)$ et $p(B)$
2. Décrire par une phrase les événements $A \cap B$, $A \cup B$ et $\bar{A}$.
3. Calculer $p(A \cap B)$, $p(A \cup B)$ et $p(\bar{A})$.

Exercice 2 *★

Probabilités sur un ensemble fini

Ensembles d'évènements.

Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée, la gastro-entérite et un rhume. On choisit un élève au hasard et on nomme :

- G l'événement l'élève a la gastro-entérite
- R l'événement l'élève a un rhume

Décrire à l'aide d'ensemble les événements :

1. l'élève a la gastro-entérite et le rhume.
2. l'élève a au moins une des deux maladies.
3. l'élève a le rhume mais pas la gastro-entérite.
4. l'élève n'a aucune des deux maladies.

Exercice 3 *★

Tableau de probabilités à double entrée et situation à risque

Un chasseur tire sur une perdrix, posée sur un radeau au bord d'un plan d'eau.

La probabilité que le chasseur atteigne la perdrix (événement P) est 0,3 et celle qu'il cause une avarie au radeau (événement R) est 0,2.

De plus, la perdrix et le radeau peuvent être tous les deux touchés avec une probabilité de 0,05.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

	P	$\bar{P}$	
R			
$\bar{R}$			
	0,3		1

2. Ecrire les événements suivants comme réunion ou intersection de R, $\bar{R}$,P ou $\bar{P}$, puis déterminer leurs probabilités.
   a) Le radeau est abîmé et la perdrix est indemne.
   b) La perdrix est touchée mais pas le radeau.
   c) Le radeau et la perdrix sont sains et saufs.

3. a) Donner la signification de l'événement $P \cup R$.
   b) Calculer sa probabilité directement à l'aide du tableau.
   c) Retrouver de résultat à l'aide d'une formule du cours que l'on énoncera

4. On veut calculer la probabilité que la perdrix ou le radeau n'ait aucun dommage.
   a) Calculer sa probabilité directement à l'aide du tableau.
   b) Calculer à l'aide d'une formule spécifique que l'on justifiera.

Exercice 4 * ★

Autour de l'arbre pondéré

Dans une boîte, il y a 4 billes indiscernables au toucher, de différentes couleurs : rouge, bleu, vert et jaune.

1. Les joueurs effectuent deux tirages successifs avec remise. À chaque tirage, ils notent la couleur de la bille sélectionnée.
   a) Construire un arbre représentant cette expérience aléatoire.
   b) Calculer la probabilité des événements suivants :

      • A : "Les deux billes tirées sont de couleur rouge ou jaune" ;
      • B : "Les deux billes tirées sont de couleur bleue et verte" ;
      • C : "Au moins l'une des deux billes tirées est de couleur verte".

2. Reprendre les questions précédentes en supposant que les joueurs effectuent deux tirages successifs sans remise.
3. Que peut-on dire des événements A et B ?

Exercice 5 * ★

Probabilités sur un ensemble fini
arbre de probabilité.

On lance 3 fois une pièce bien équilibrée.

1. Représenter la situation par un arbre.
2. Quelle est la probabilité :
   (a) d'avoir 3 " *face* "?
   (b) qu'il y ait deux " *pile* " et un " *face* " parmi les trois lancers?
   (c) qu'il y ait deux " *pile* " ou deux " *face* "de manière consécutive??

Exercice 6 * ★

Tableau de probabilités à double entrée

Le tableau incomplet suivant donne la composition des adhérents d'un club de sport :

	Homme	Femme	Total
Adulte	40 %	25 %	
Enfant	20 %		
Total		40 %	

On prélève au hasard une fiche dans le fichier du club.

On note A et H les événements respectifs suivants :

« La fiche tirée est celle d'un adulte »

« La fiche tirée est celle d'un homme »

1/ Compléter le tableau de probabilités ci-dessus.

2/ Déterminer les probabilités de A et H .

3/ a) Définir par une phrase en Français les événements suivants : $\bar{A}$, $A \cup H$, $\bar{A} \cap \bar{H}$ et $\bar{A} \cap H$

b) Déterminer leurs probabilités

CORRIGEO

4/ On sait qu'il y a 100 adhérents dans ce club.

a) Compléter le tableau des effectifs suivant qui correspond au tableau des probabilités précédent.

	Homme	Femme	Total
Adulte			
Enfant			
Total			

b) Déterminer alors la probabilité de l'événement E suivant :

E « La fiche tirée est celle d'un enfant sachant qu'il s'agit d'une femme »

Exercice 7 ★★

Probabilités sur un ensemble fini

Probabilité et tableau

On fait une étude statistique sur la composition en vin d'une cave de restaurant :

	Vins blancs	**Vins rouges**	**Total**
Bourgogne	36	74	100
Bordeaux	124	226	350
Total	150	300	450

1. Quelle est la probabilité d'avoir une bouteille de bordeaux ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir une bouteille de blanc ?
3. Quelle est la probabilité d'avoir une bouteille de bourgogne blanc ?
4. On est dans le rayon des bourgognes, quelle est la probabilité d'obtenir une bouteille de vin blanc ?

Exercice 8 * ★★

Tableaux d'effectifs et de probabilités à double entrée

Un virus atteint 2 % d'une population de 10 000 habitants.

On soumet cette population à un test.

Parmi les bien-portants, 1% ont un test positif.

Parmi les individus malades, 50 ont un test négatif.

1. Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivant :

	Malades	Bien portants	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			10 000

2. Construire le tableau des fréquences.
3. On choisit au hasard un individu de cette population.

   On considère les événements T et M suivants :

   T : « Le test est positif pour l'individu choisi »

   M : « L'individu choisi est malade »

a. Calculer la probabilité de chacun des événements T et M .

b. Définir par une phrase l'événement $\overline{T}$ et calculer sa probabilité.

c. Définir par une phrase chacun des événements $M \cup T$ et $\overline{M} \cap T$, puis calculer sa probabilité.

4. On décide d'hospitaliser tous les individus qui ont un test positif.

   On choisit au hasard un individu hospitalisé.

   Quelle est la probabilité qu'il soit bien portant ?

Exercice 9 * ★★

Calcul de probabilités à partir de la loi de probabilité d'une expérience aléatoire

Dans un parc d'attractions, un jeu utilise un dé truqué à 6 faces. Lorsque le dé est lancé, la valeur de la face supérieure est observée.
On définit l'événement X_k comme "obtenir la valeur k", pour chaque entier k compris entre 1 et 6.

On dispose d'une information partielle sur ce dé :

- Le tableau incomplet représentant la loi de probabilité de l'expérience aléatoire ci-dessous.

X	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$p(X)$	0,15		0,17	0,35		

- La probabilité d'obtenir un nombre impair est de 0,4.
- La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est de 0,3.

Compléter le tableau en attribuant les probabilités manquantes à chaque événement X_k en utilisant l'information donnée sur la probabilité des multiples de 3.

Exercice 10 * ★★

Probabilités sur un ensemble fini
Arbre de probabilité.

Un sac est constitué de 2 boules blanches, une noire et une rouge. On tire successivement 2 boules au hasard sans remise.

1. Construire un arbre traduisant la situation.
2. Combien de possibilité y aurait-il si on effectuait le tirage avec remise ?
3. (a) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules Blanches ?
   (b) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules de couleur différentes ?
   (c) Quelle est la probabilité que la deuxième boule soit noire si la première boule est blanche ?

Exercice 11 * ★★

Tirages successifs d'une boule dans une urne avec et sans remise

On tire au hasard une boule dans une urne contenant 20 boules indiscernables au toucher.

1. Parmi les 20 boules, il y a : 6 rouges, 10 noires et 4 vertes.

Calculer la probabilité des événements :

R « La boule est rouge » ; N « La boules est noire » ; V « La boules est verte ».

2. Ensuite, on tire successivement 2 fois de suite une boule de cette urne en remettant la boule dans l'urne après le premier tirage.
On demande de déterminer les probabilités de chacun des événements suivants :
   a) R_2 « tirer une boule rouge au deuxième tirage »
   b) R_1 « tirer une boule rouge au premier tirage »
   c) C « tirer deux boules de la même couleur »
   d) D « tirer deux boules de couleurs différentes »

      1/ En utilisant la probabilité de l'événement contraire de C.

      2/ Directement et sans utiliser la probabilité de l'événement contraire de C.

3. Maintenant, on tire successivement 2 fois de suite une boule de cette urne sans remettre la boule dans l'urne après le premier tirage.
On demande de déterminer les probabilités de chacun des événements suivants :
   a) R_2 « tirer une boule rouge au deuxième tirage »
   b) R_1 « tirer une boule rouge au premier tirage »
   c) C « tirer deux boules de la même couleur »
   d) D « tirer deux boules de couleurs différentes »

      1/ En utilisant la probabilité de l'événement contraire de C.

      2/ Directement et sans utiliser la probabilité de l'événement contraire de C.

CORRIGEO

Exercice 12 * ★★

Opérations sur les événements

Dans un petit village, il y a une fête foraine avec une grande loterie. L'une des attractions les plus populaires est une grande urne remplie de 100 boules numérotées de 1 à 100. Chaque participant a la chance de gagner un prix en tirant une boule au hasard de l'urne.

Parmi les joueurs, certains se fixent des objectifs en fonction des caractéristiques des numéros tirés. Voici ce que certains joueurs espèrent :

- Alice aime les chiffres pairs et pense que cela porte chance. Elle mise sur l'événement A, c'est-à-dire le fait que le numéro de la boule soit pair.
- Bob, quant à lui, est fasciné par les multiples de 5. Il espère que les boules tirées auront des numéros qui font partie de l'événement B, les multiples de 5.
- Charlie, un collectionneur passionné par les chiffres ronds, mise sur l'événement C, qui correspond aux multiples de 10.

1. Calculer les probabilités des événements $A,\ B,\ C,\ A\cap B,\ B\cap C$ et $A\cap\bar{C}$.

2. En déduire la probabilité des événements $A\cup B$ et $A\cup\bar{C}$. Que peut-on dire de l'événement $A\cup\bar{C}$?

Exercice 13 ★★★

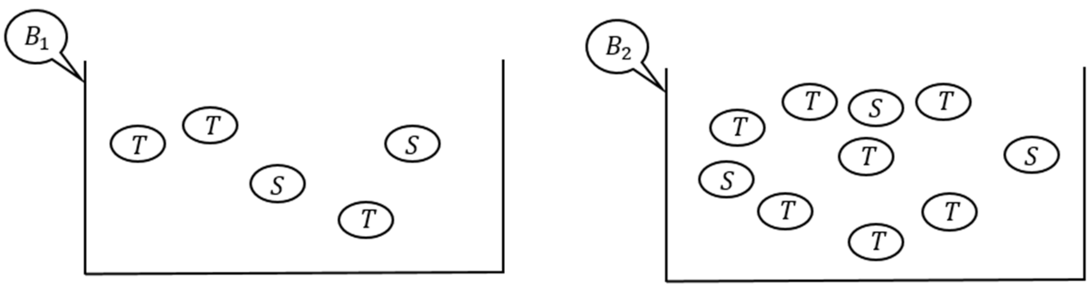
Probabilités sur un ensemble fini

Un restaurant dispose de deux bassins B_1 et B_2 où l'on peut pêcher un poisson avant de le consommer.

Le bassin B_1 contient trois truites et deux saumons.

Le bassin B_2 contient sept truites et trois saumons.

La situation est illustrée sur le schéma ci-dessous.



La jeune Flavie choisit au hasard un des deux bassins et y pêche ***deux fois de suite*** un poisson.

On suppose que chaque poisson du bassin a la même probabilité d'être pêché et que ***tout poisson pêché la première fois n'est pas remis dans le bassin avant la deuxième tentative.***

Soit B_1 et B_2 les événements respectifs « Choisir le bassin B_1 » et « Choisir le bassin B_2 », et S et T les événements respectifs « Pêcher un saumon » et « Pêcher une truite ».

1. **Quelle est la probabilité :**
   a. Que la pêche s'effectue dans B_1 ? dans B_2 ?
   b. Que dans le bassin B_1 :
      - Flavie pêche une truite la première fois ?
      - Flavie pêche un saumon la première fois ?
      - Sachant qu'elle a pêché une truite la première fois, Flavie pêche une truite la deuxième fois ?
      - Sachant qu'elle a pêché un saumon la première fois, Flavie pêche une truite la deuxième fois ?
2. **Illustrer la situation par un arbre pondéré.**

3. **En déduire les probabilités des événements suivants :**

A_1 :« Flavie pêche un seul saumon provenant de B_2 »

A_2 « Flavie pêche une seule truite provenant de B_1»

A_3 « Flavie pêche deux saumons provenant de B_2 »

A_4 « Flavie pêche deux truites provenant de B_1»

A_5 :« Flavie pêche un seul saumon »

A_6 :« Flavie pêche au moins un saumon »

A_7: « Flavie pêche un saumon ou une truite »

NB : On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles

CORRIGEO

Exercice 14 *★★★

Résolution de problème : Retrouver un effectif à partir de probabilités

Dans une bibliothèque, un événement culturel rassemble les élèves de seconde qui s'intéressent à la lecture et à la musique. L'expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un élève parmi les élèves de seconde.
On considère les deux événements :

- L : "L'élève choisi s'intéresse à la lecture"
- M : "L'élève choisi s'intéresse à la musique"

1. On vous donne la probabilité suivante : $P(\overline{L \cup M}) = 0{,}6$.
   Déterminez la probabilité de choisir un élève participant à cet événement culturel.

2. On vous donne les probabilités suivantes : $P(L) = 0{,}28$ et $P(M) = 0{,}22$.
   Sachant qu'il y a 30 élèves de seconde qui s'intéressent à la fois à la lecture et à la musique, déterminez le nombre total d'élèves de seconde dans l'établissement.

Exercice 15 *★★★

Probabilités sur un ensemble fini
Tableau à double entrée.

Dans une usine, deux ateliers A_1 et A_2 fabriquent des éléments métalliques identiques.
L'atelier A_1 fournit 60% de la production (parmi lesquelles 6% sont jugés non-conforme au cahier des charges), le reste étant fourni par la machine A_2 (dont 4% de la production est non-conforme).
La production du jour est constituée des éléments produits par les deux ateliers.
On en tire en fin de soirée une pièce au hasard. On suppose que la production est composée de 1000 éléments.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant qui décrit la production du jour :

	Nombre de pièces produites par A_1	Nombre de pièces produites par A_2	Total
Nombre de pièces défectueuses			
Nombre de pièces conformes			
Total			

2. Quelle est la probabilité de prélever un élément produit par A_1 ?
3. Quelle est la probabilité de prélever un élément non-conforme produit par A_1 ?
4. Quelle est la probabilité de prélever un élément non-conforme sachant qu'il est produit par A_1 ?
5. Quelle est la probabilité de prélever un élément non-conforme, sachant qu'il est produit par A_2 ?
6. Quelle est la probabilité de prélever une pièce défectueuse ?

Exercice 16 * ★★★

Jeu à questions primées

Un candidat se présente à un jeu : il tire au hasard dans une urne contenant :

Deux questions de sport, trois questions de cinéma et cinq questions d'histoire.

Il y a trois questions à 5 points (une de chaque catégorie), trois questions à 10 points (une de chaque catégorie), deux questions à 15 points (une de cinéma et une d'histoire) et deux questions à 20 points (questions d'histoire).

1/ Tirage simple.

En utilisant un tableau d'effectifs à double entrée, répondre aux questions suivantes :

a) Quelle est la probabilité qu'il tire une question de sport ?

b) Quelle est la probabilité qu'il ne tire pas de question de cinéma ?

c) Quelle est la probabilité qu'il tire une question à plus de 15 points ?

d) Quelle est la probabilité qu'il tire une question à au plus 15 points ?

e) Quelle est la probabilité qu'il tire une question de sport ou une question à 10 points ?

f) Quelle est la probabilité qu'il ne tire pas de question de sport et pas de question à 10 points ?

2/ Tirages successifs

En utilisant un arbre pondéré, répondre aux questions suivantes :

a) Intéressons-nous à la catégorie

Il tire au hasard deux fois de suite dans une urne sans remettre la question du premier tirage dans l'urne.

1. Quelle est la probabilité qu'il tire deux questions de même catégorie ?
2. Quelle est la probabilité qu'il tire deux questions catégories différentes ?
3. Quelle est la probabilité qu'il tire une question d'histoire au deuxième tirage ?
4. Quelle est la probabilité qu'il tire au moins une question de sport ?

b) Intéressons-nous à la valeur en points

1. Quelle est la probabilité qu'il tire deux questions de même valeur ?
2. Quelle est la probabilité qu'il tire deux questions telles que la valeur de la première soit supérieure celle de la deuxième ?

Exercice 17 * ★★★

Utilisation des formules de probabilités

1. On sait que : $p(A) = 0{,}1\,; p(B) = 0{,}5\,; p(A \cup B) = 0{,}35$.
   Calcule $p(\bar{A})$ et $p(A \cap B)$

2. On sait que : $p(A) = 0{,}15\,; p(B) = 0{,}55\,; p(A \cap B) = 0{,}1$.
   Calcule $p(\overline{A \cup B})$

3. On sait que : $p(\bar{A}) = 0{,}5\,; p(\bar{B}) = 0{,}75\,; p(A \cup B) = 0{,}55$.
   Calcule $p(\overline{A \cap B})$

4. On sait que : $p(\bar{A}) + p(\bar{B}) = 0{,}8\,; p(A \cup B) = 0{,}75$.
   Calcule $p(A \cap B)$

5. On sait que : $p(A \cup B) = p(\overline{A \cap B}) = 0{,}72\,; p(A) = 2 \times p(B)$.
   Calcule $p(A)$ et $p(B)$

CORRIGEO

Exercice 18 * ★★★

Probabilités sur un ensemble fini

Avec les formules.

Dans une entreprise, une machine fabrique des objets. Ils peuvent présenter deux défauts :

- un défaut A.
- un défaut B.

Sur un grand nombre d'objets, une étude statistique montre que :

- 2% présentent le défaut A ;
- 3% présentent le défaut B ;
- $1,5\%$ présentent les deux défauts.

On choisit au hasard un de ces objets et on considère les événements suivants.

- A : L'objet présente un défaut A ;
- B : L'objet présente un défaut B.

1. Détermine $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$.
2. On considère les évènements :
   - L'objet présente au moins un défaut.
   - L'objet ne présente aucun défaut.

   (a) Traduire ces événements à l'aide de A et B.

   (b) Calculer leur probabilité.