

Seconde Générale et Technologique

Maths | Chapitre 5 : Géométrie plane dans un repère

Enoncés des exercices

Les exercices sont classés en trois niveaux de difficulté :

- ★ Exercices d'application : comprendre les notions essentielles du cours
- ★★ Exercices d'entraînement : prendre les bons réflexes
- ★★★ Exercices d'approfondissement : aller plus loin

Exercices gratuits	Exercices sur abonnement*
★ 1	★ 2 - 3 - 4 - 5 - 6
★★ 7	★★ 8 - 9 - 10 - 11 - 12
★★★	★★★ 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18

EXERCICES GRATUITS

Exercice 1 ★

Géométrie plane dans un repère : « Utiliser les coordonnées du milieu d'un segment et le calcul d'une longueur en repère orthonormé »

On donne les points suivants définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormé (O, I, J)

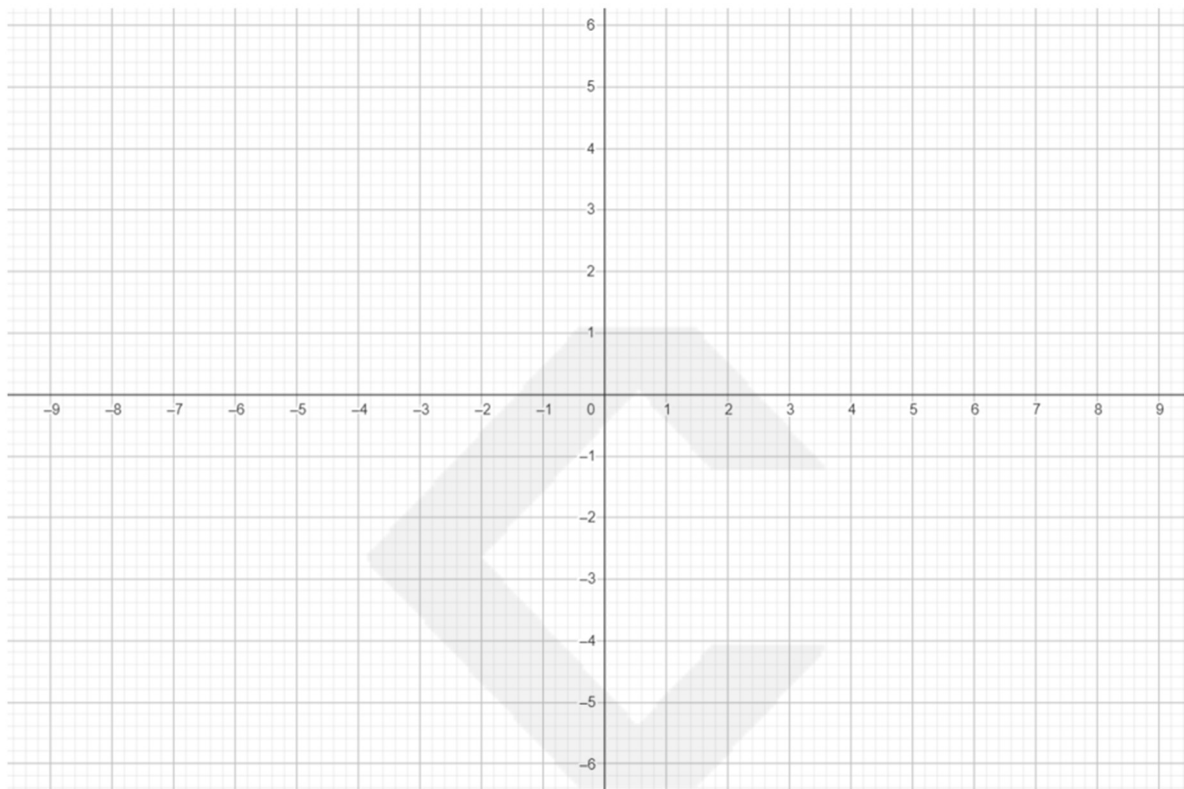
Soit $A(-1 ; 2)$, $B(3 ; 3)$, $C(0 ; 6)$, $D(-5 ; 4)$ et $E(-3 ; -2)$.

- a) Faire une figure
- b) A est-il le milieu de $[CE]$? Justifier
- c) Démontrer que le triangle ABC est isocèle en . Est-il équilatéral ?
- d) Démontrer que le triangle ADE est isocèle en . Ce triangle est-il rectangle en A ?

Exercice 7 ★★

Autour des triangles...

Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on donne les points $A(4 ; -2)$, $B(-7 ; -4)$ et $C(3 ; 1)$.



1.
 - a. Placer les points dans le repère.
 - b. Conjecturer la nature du triangle ABC
 - c. Démontrer la conjecture.
2.
 - a. Calculer les coordonnées de D, milieu de $[AC]$
 - b. En déduire l'aire du triangle ABC
3. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ADB.

EXERCICES SUR ABONNEMENT

Déterminer la nature d'un triangle

Soit $A(2; 1)$, $B(-1; 3)$ et $C(0; -2)$.

Quelle est la nature du triangle ABC ? Soyez le plus précis possible !

Exercice 3 * ★

Théorème des milieux (1)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on place les points $A(3; -9)$, $B(-1; 5)$ et $C(-3; -1)$.

1. Calculer les coordonnées des milieux I et J respectivement de $[AB]$ et de $[BC]$.
2. Calculer les longueurs AC et IJ .
3. Montrer que $AC = 2IJ$.

Exercice 4 * ★

Parallélogramme et triangle particulier dans un repère

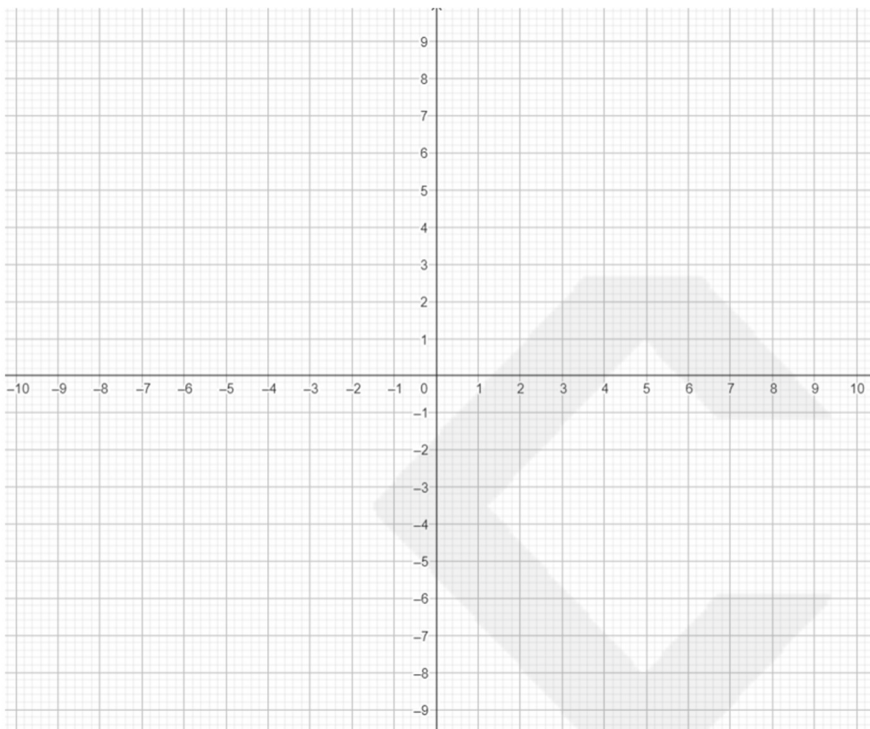
Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on a : $E(-1; 3)$, $F(-6; -2)$, $G(1; -1)$, $H(6; 4)$

1. Démontrer que $EFGH$ est un parallélogramme.
2. a) Que peut-on conjecturer pour le triangle GFH ?
b) Démontrer cette conjecture.
3. Que peut-on conjecturer pour le quadrilatère $EFGH$? On précisera son périmètre.

Exercice 5 * ★

Calculer les coordonnées du milieu d'un segment et la distance entre deux points

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé.



1. Placer dans le repère les points $A(2; 6)$, $B(-7; -3)$, $C(5; -3)$ et $D(-1; 0)$.
2. Montrer que D est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
3. Déterminer les coordonnées du point E symétrique de B par rapport à D .

Exercice 6 * ★

Théorème des milieux (2)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on place les points $A(3; -9)$, $B(-1; 5)$ et $C(-3; -1)$.

1. Calculer les coordonnées des milieux I , J et K respectivement de $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{AC}$.
3. En calculant le déterminant de $\vec{IJ}$ et $\vec{AC}$, montrer que (IJ) et (AC) sont parallèles.

Exercice 8 * ★★

Parallélisme

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on place les points $A(3; -1)$, $B(-1; 5)$ et $C(-3; -1)$. Soit $D(x; -2)$ avec $x \in \mathbb{R}$. Pour quelle valeur de x les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 9 * ★★

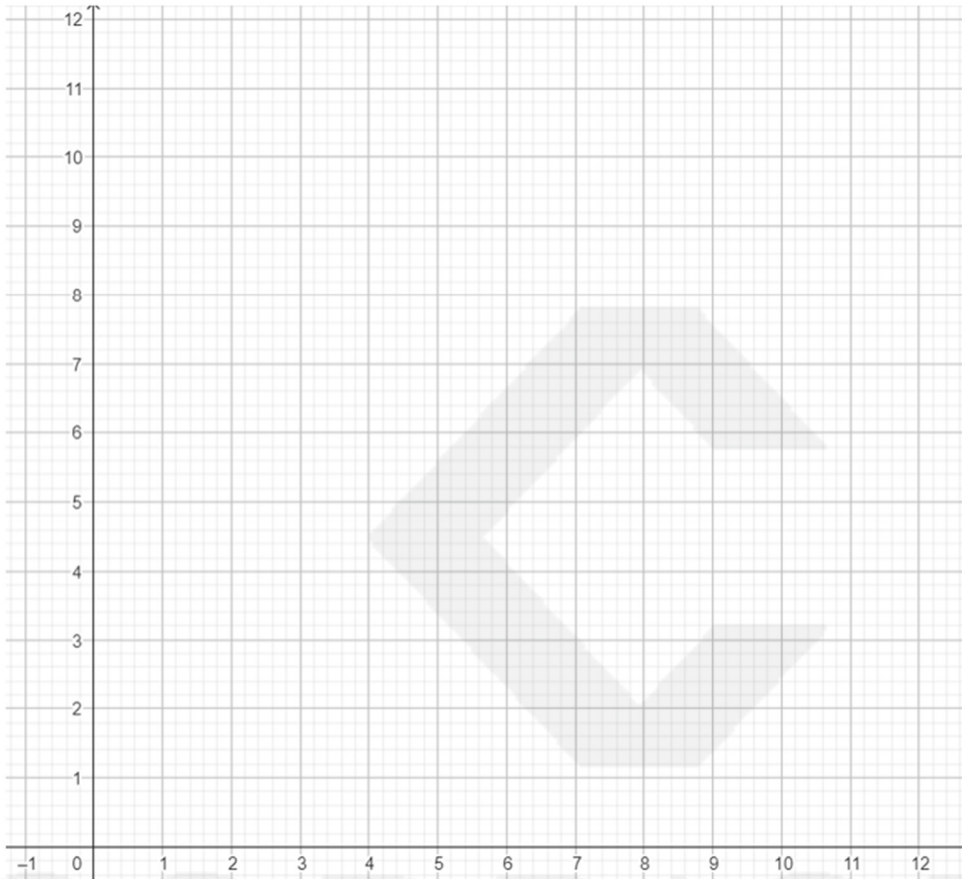
Utiliser les coordonnées du milieu d'un segment et le calcul d'une longueur en repère orthonormé

Soit les points A, B, C, D suivants définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormé (O, I, J) : $A(3; -3)$; $B(2; -1)$; $C(-3; 1)$; $D(-2; -1)$

1. a) Faire une figure.
b) Quelle semble être la nature du quadrilatère $ABCD$? Montrez-le.
2. a) Construire le point P symétrique de A par rapport à D , le point Q symétrique de D par rapport à C ,
le point R symétrique de C par rapport à B , le point S symétrique de B par rapport à A .
b) Ecrire un algorithme en langage naturel qui permet de calculer directement les coordonnées des points P, Q, R, S .
c) Déterminer les coordonnées des points P, Q, R, S .
d) Quelle semble être la nature du quadrilatère $PQRS$?
3. On se propose de démontrer quelle est la nature du quadrilatère $PQRS$.
Pour cela, on demande d'utiliser deux méthodes.
 - a) En utilisant les coordonnées des milieux des deux diagonales de $PQRS$.
 - b) En utilisant les longueurs des côtés de $PQRS$.

Déterminer les coordonnées d'un point d'un carré

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé.



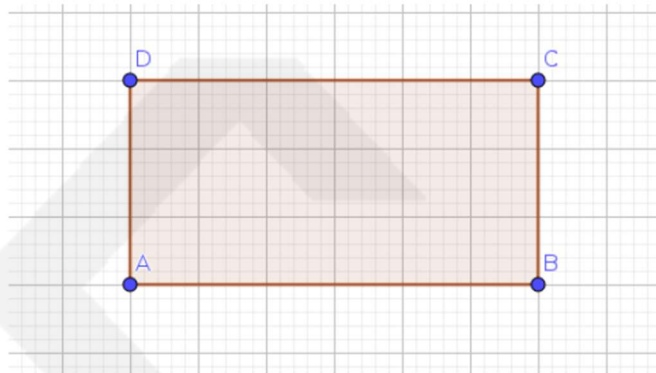
1. Placer les points $A(2; 3)$, $B(8; 5)$ et $C(0; 9)$ dans le repère.
2. Donner la nature la plus précise du triangle ABC .
3. Soit $D(x; y)$ avec $(x; y) \in \mathbb{R}^2$.
Calculer les coordonnées du point D de sorte que $ABDC$ soit un carré.

Alignement

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6\text{cm}$ et $AD = 3\text{cm}$.

I est le milieu de $[AB]$ et E est le point tel que : $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$.

1. Compléter la figure ci-dessous (on considère qu'un carreau a pour mesure 1cm).
2. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AD})$.
Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure dans ce repère.
3. Démontrer que E , B et D sont alignés.



Exercice 12 * ★★

Parallélogramme et triangle particuliers dans un repère orthonormé

Soit $M(1; 1)$, $N(6; 6)$ et $P(7; -1)$ dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

1. Quelle semble être la nature du triangle MNP ? Montrez le.
2. Déterminer les coordonnées du point K milieu de $[MP]$
3. Déterminer les coordonnées du symétrique Q du point N par rapport à K .
4. Quelle est la nature du quadrilatère $MNPQ$?
5. En déduire quelle est la mesure de l'angle $\widehat{MKN}$ et l'aire de $MNPQ$.

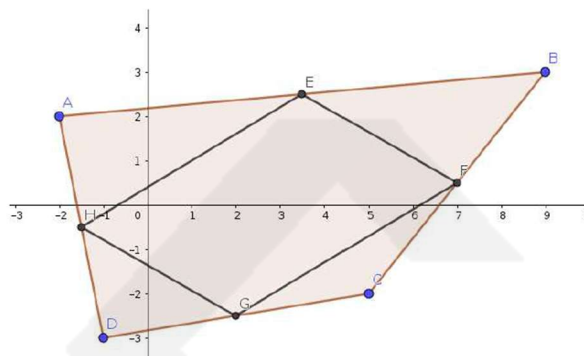
Exercice 13* ★★★

Géométrie plane dans un repère

Théorème de Varignon

Soit $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$; $C(x_C; y_C)$ et $D(x_D; y_D)$ quatre points du plan muni d'un repère orthonormé. Soit E ; F ; G et H les milieux de $[AB]$; $[BC]$; $[CD]$ et $[DA]$ comme l'illustre la figure.

1. Déterminer les coordonnées des points E ; F ; G et H en fonction de celles des points A ; B ; C et D .
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$.
3. En déduire la nature du quadrilatère $EFGH$



Exercice 14 *★★★★

Parallélogramme et triangles particuliers, cercle circonscrit

Soit les points A, B et C définis par leurs coordonnées dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$,

on a : $A(4; -3)$, $B(-2; 5)$, $C(2; 8)$.

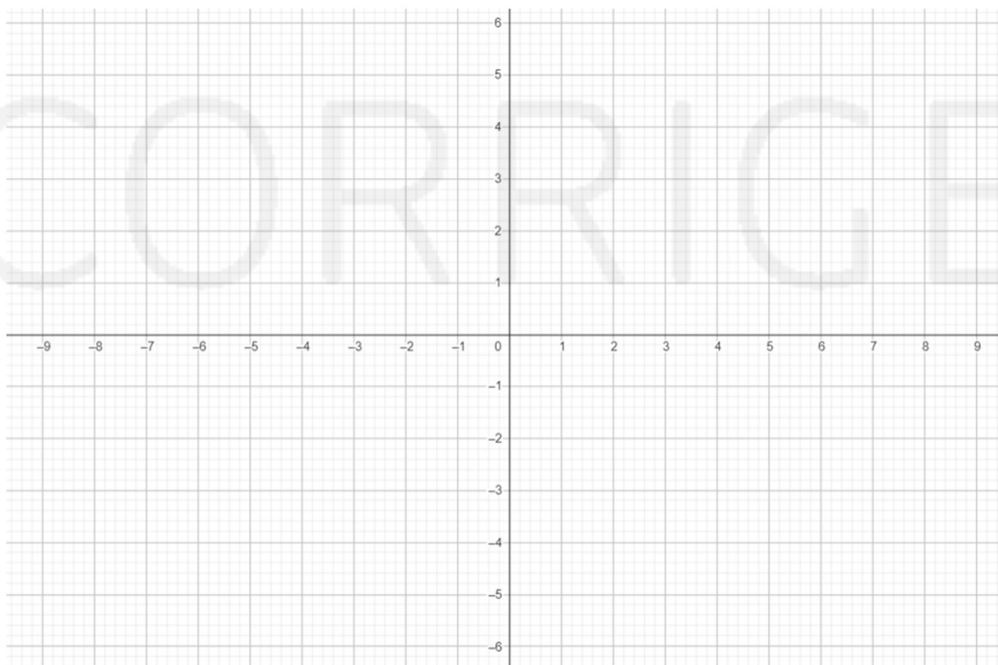
- 1.a. Faire une figure
 - b. Quelle semble être la nature du triangle ABC . Montrez-le.
 - c. Quel est le centre L du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC ? Calculer ses coordonnées.
 - d. Tracer le cercle $\mathcal{C}$.
2. a. Construire le point D symétrique du point B par rapport à L .
 - b. Sans calcul, déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.

- 3 a. Déterminez les coordonnées du milieu K de $[AB]$.
- b. Démontrez que (LK) est perpendiculaire à (AB) en précisant le rôle de (LK) pour $[AB]$.
- c. Déterminer la mesure de chacun des angles des triangles LAB et LCD .
- d. En déduire directement celle de chacun des angles des triangles LBC et LDA .
4. a. Calculer l'aire de chacun des triangles LAB et LCD .
- b. Calculer l'aire du quadrilatère $ABCD$.
- c. En déduire directement l'aire de chacun des triangles LBC et LDA .
5. Déterminez la valeur exacte quotient ρ de l'aire du disque $\mathcal{D}$ délimité par le cercle $\mathcal{C}$ par l'aire du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 15 *★★★★

Construction d'un parallélogramme et calcul de coordonnées

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé et $A(-2; 4)$, $B(3,5; -1)$ et $I(2; 3)$ trois points de ce repère.



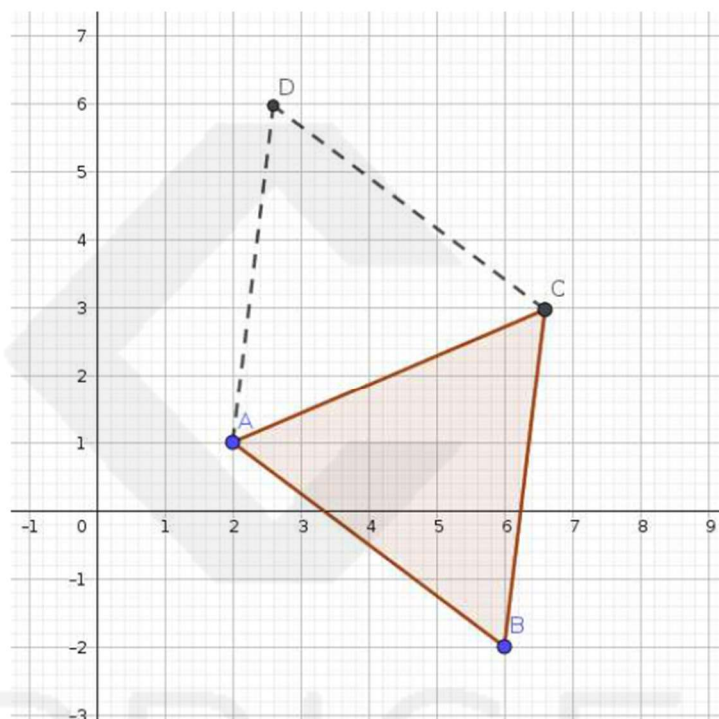
1. Placer les points A , B et I dans le repère.
2. Construire les points C et D de sorte que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme de centre I .
3. Retrouver analytiquement les coordonnées des points C et D .

Exercice 16 * ★★★

Avec des racines carrées

Dans un repère orthonormé, on donne $A(2; 1)$; $B(6; -2)$ et $C\left(\frac{8+3\sqrt{3}}{2}; \frac{-1+4\sqrt{3}}{2}\right)$.

1. Démontrer que ABC est un triangle équilatéral.
2. Déterminer les coordonnées de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.



Exercice 17 * ★★★

Triangle rectangle et cercle avec et sans repère orthonormé

1. Etude d'un cas particulier

Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on considère les points $A(1 ; 1)$ et $D(11 ; 1)$.

- Déterminer les coordonnées du centre Ω du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AD]$ et son rayon.
- Démontrez que $B(2 ; 4)$ appartient au cercle $\mathcal{C}$.
- Soit $H(2 ; 1)$.

Justifier que $H \in (AD)$ et que les droites (BH) et (AD) sont perpendiculaires

- Démontrer que $AB^2 = AH \times AD$.
- 1) Déterminer BH .
- 2) Calculer l'aire du triangle ABD de deux façons différentes.

2. Cas général

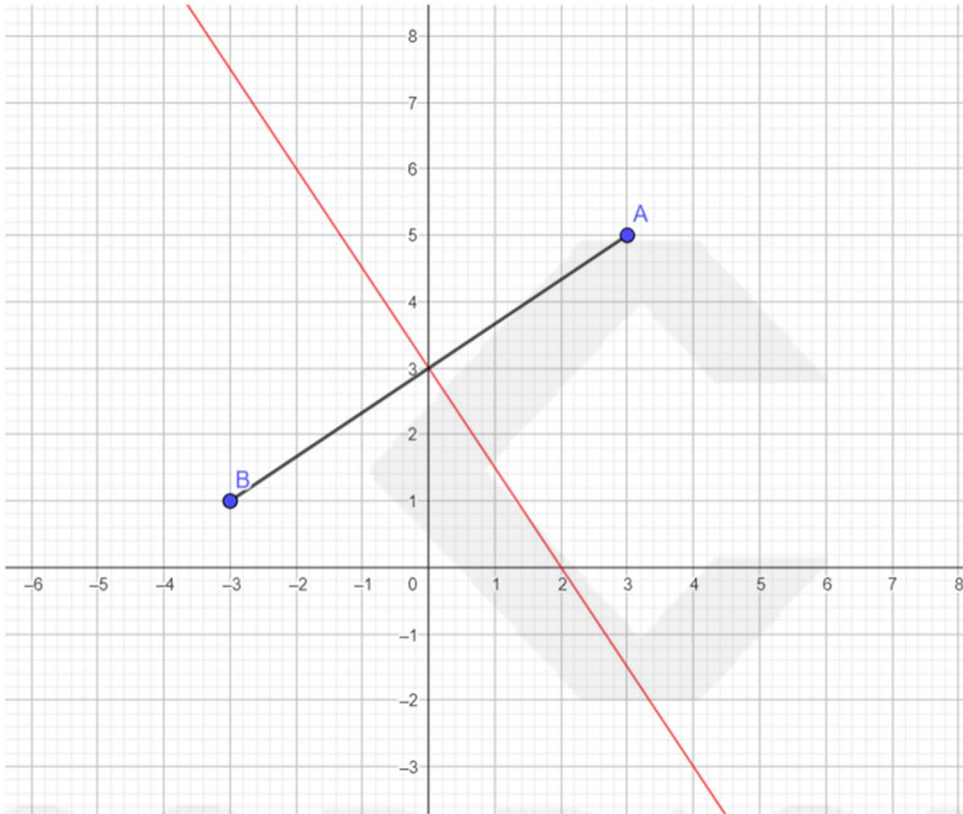
ABD est un triangle rectangle en B , et H est le projeté orthogonal de B sur (AD) .

- Démontrer que $\widehat{ABH} = \widehat{ADB}$
- En utilisant des relations trigonométriques, démontrer que $AB^2 = AH \times AD$.

Exercice 18 * ★★★

Autour de la médiatrice

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé.



1. Placer dans le repère les points $A(3; 5)$ et $B(-3; 1)$.
2. Tracer la médiatrice du segment $[AB]$.
On notera C le point d'intersection de la médiatrice de $[AB]$ et de l'axe des abscisses, et D le point d'intersection de la médiatrice de $[AB]$ et de l'axe des ordonnées.
3. Déterminer analytiquement les coordonnées des points C et D .