

# Bebr[a]s

## '23

2023. gada 1. kārtas  
uzdevumi ar atbildēm

**7.-8. klase**

INFORMATĪVIE ATBALSTĪTĀJI



Izglītības un zinātnes  
ministrija

**start(it)**

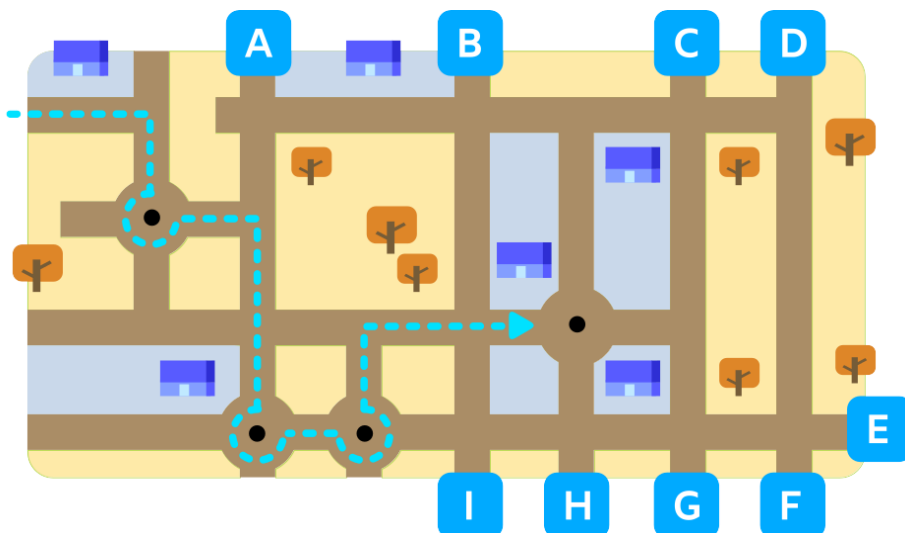
[www.startit.lv](http://www.startit.lv)

## SATURS

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| Automašīna .....                     | 2  |
| Maģiskais koks .....                 | 3  |
| Baļķu glabāšana .....                | 4  |
| Kaimiņi? .....                       | 6  |
| Visvairāk nolietotais segments ..... | 7  |
| Banāni mugursomās .....              | 9  |
| Aizzīmogatās vēstules .....          | 11 |
| Paku skapis .....                    | 13 |
| Emmas darbi .....                    | 15 |
| Darbu piešķiršana .....              | 17 |
| Kļūdas labojums .....                | 19 |
| Pārgājēju maršruti .....             | 21 |
| Istabas un durvis .....              | 22 |
| Tuvāk vai tālāk .....                | 23 |
| Elektroniskā slēdzene .....          | 25 |

# Automašina

Tīms pārvietoja savā autonomajā automašīnā un ir secinājis, ka automašīnas programmatūrai ir nopietns defekts - viena veida krustojumos tā vienmēr veic viena veida pagriezienus. Piemēram, apļveida krustojumos tā vienmēr izbrauc pa trešo izejošo ceļu (pēc kārtas).



## Jautājums

Kurā ģalamērķī (apzīmēti ar burtiem) Tims nonāks?

*levadi atbilstošo burtu.*

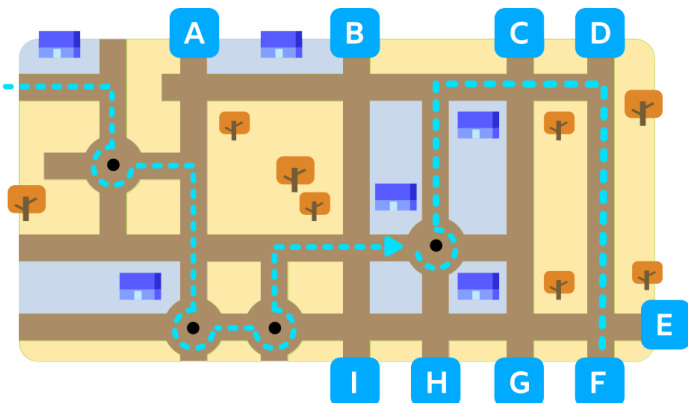
## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: F

No attēla var izsecināt šādus automašīnas uzvedības krustojumos likumus:

- T-veida krustojumos vienmēr pagriežas pa labi.
- Apļveida krustojumos iebrauc pa labi un izvēlas trešo izejošo ceļu.
- Vienkāršā (+) krustojumā vienmēr brauc taisni.

Uzdevumā dotajā attēlā nākamais ir aplūguma krustojums - no tā izbūvums attēlā uz augšu. Nākamais ir parastais krustojums - taisni pāri, tad T-veida - pa labi (attēlā uz leju), pēdējais ir parasts krustojums - tajā taisni pāri - nonākam "F". Nākamajā attēlā parādīts viss maršruts.



# Maģiskais koks

Netālu no Bebra Beina mājas aug maģisks koks. Kad uz tā nolaižas putns () , uz koka izaug divi āboli. Kad uz tā uzrāpjas vāvere () , koks nomet vienu ābolu (ja kokā tobrīd ir āboli). Ja koku apmeklē čūska () , tad visi āboli pazūd uzreiz!

Vienu rītu Beins saskaitīja, ka maģiskajā kokā ir 25 āboli. Atlikušo dienas daļu viņš zīmēja dzīvnieku, kas apmeklēja koku, attēlus. Koka apmeklēšanas secībā tie bija:



## Jautājums

Cik ābolu bija kokā dienas beigās?

*Ievadi veselu naturālu skaitli.*

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 7

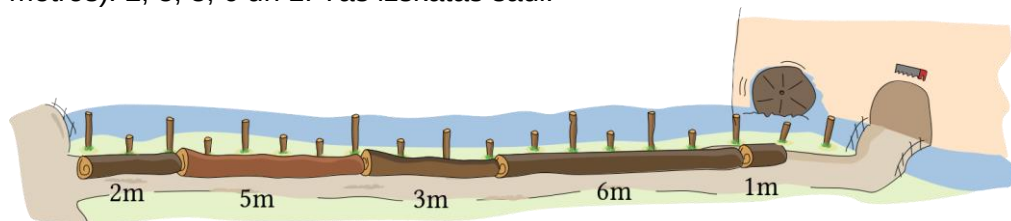
Tā kā čūskas apmeklējumi liek pazust visiem āboliem, mēs varam ignorēt visu, kas noticis pirms pēdējās čūskas ierašanās. Pēc pēdējā čūskas apmeklējuma ir nolaidušies četri putni ( $\text{ābolu skaits } 4 \times 2 = 8$ ) un vāveres dēļ viens ābols ir nomests. Tātad kokā palikuši  $8 - 1 = 7$  āboli.

# Baļķu glabāšana

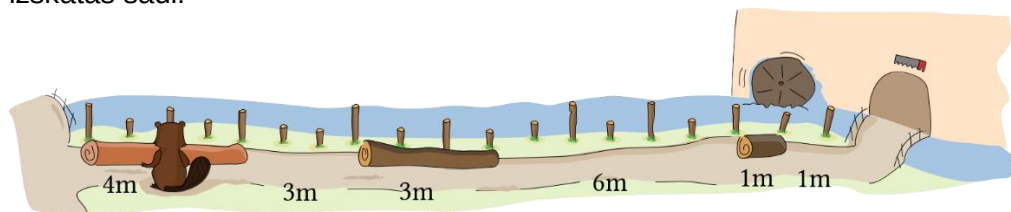
Bebrš Zāģītis zāģē dažāda garuma baļķus un pēc tam tos pārdod. Ikreiz, kad pabeidzis zāģēt baļķi, viņš to noliek uz 18 metrus gara šaura ceļa vienu otram galā, jo baļķi neievietojas blakus.

Katru baļķi Zāģītis novieto pirmajā pieejamajā vietā no kreisās puses, kur baļķis iederas. Kad viņš pārdod noteiktu baļķi, tas vienkārši tiek izņemts no vietas, kur tas atrodas.

Zāģītis ir sagatavojis un novietojis baļķus šādā secībā baļķus (garums izteikts metros): 2, 5, 3, 6 un 1. Tas izskatās šādi:



Viņš pārdod baļķus, kuru garums ir 6, 2 un 5 metri. Pēc tam viņš nozāģē jaunu 4 metrus garu baļķi. Tā kā tas jānovieto pēc iespējas tālāk pa kreisi, ceļš tagad izskatās šādi:



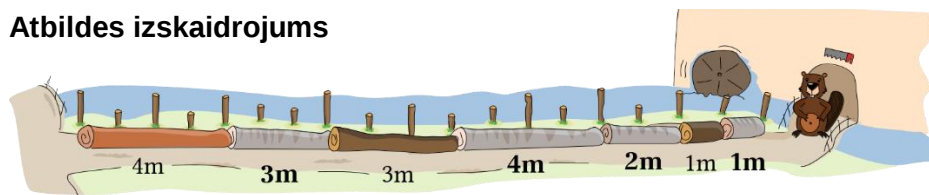
## Jautājums

Zāģītis tagad nozāģēs baļķus, kuru garums ir 1, 2, 3 un 4 metri. Kura baļķu secība ļaus tos novietot uz ceļa, sekojot iepriekšaprakstītajiem noteikumiem?

### Atbilžu varianti

|   |  |
|---|--|
| A |  |
| B |  |
| C |  |
| D |  |
| E |  |

### Atbildes izskaidrojums



Pareizā atbilde: C

Vispirms 3 m, tad 2 m, tad 4 m, tad 1 m.

Visas pārējās atbildes noved pie tā, ka Zāģītis nevarēs novietot pēdējo baļķi.

Ceļa stāvoklim pirms Zāģīša jauno baļķu sazāģēšanas, ir trīs brīvas vietas: galējā kreisā vieta ir 3 metrus gara, vidējā vieta ir 6 metrus gara, bet pēdējā labajā pusē ir 1 metru gara brīva vieta.

Atbilde C) pilnībā aizpilda galējo kreiso vietu ar pirmo baļķi, pēc tam pilnībā aizpilda vidējo vietu ar nākamajiem diviem baļķiem, un pēdējais baļķis tiek novietots tieši labajā galā: tas der.

Atbilde A) pilnībā aizpilda galējo kreiso vietu ar pirmajiem diviem baļķiem, bet pēc tam ievieto 3 metrus garo baļķi vidējā vietā. Tagad vidējā vieta ir samazināta līdz 3 metriem, un pēdējais baļķis, kas ir 4 metrus garš, neiederas ne tur, ne labajā galā.

Atbilde B) novieto 1 metru garo baļķi vistālāk kreisajā vietā un pēc tam 4 metrus garo baļķi vidējā vietā. Tālāko kreiso vietu joprojām var pilnībā aizpildīt ar trešo baļķi, kura garums ir 2 metri, bet nav pietiekami daudz vietas, kur novietot pēdējo baļķi.

Atbildei D) ir līdzīga problēma, kas parādās pat agrāk: trešo 4 metru baļķi jau nevar novietot. Kreisās un galējās labās vietas tik un tā ir pārāk mazas, un vidējo vietu līdz pusei aizņem otrs baļķis 3 metru garumā.

Atbildē E) pirmos divus baļķus varēs novietot, bet trešais baļķis tiks novietots vidējā vietā, atstājot brīvu tikai vienu metru. Divus metrus garo baļķi nebūs kur novietot.

# Kaimiņi?

Veco Bebru ciematu iznīcināja plūdi. Visas ģimenes tiks pārceltas uz jaunu daudzstāvu māju. Ciema iedzīvotāji nolēma izlozēt savas jaunās mājas, veicot šādas darbības:

1. Katra bebru ģimene izlozē 10 ciparu skaitli, līdz katrai ģimenei ir skaitlis.
2. Bebru priekšnieks izlozē naturāli skaitli ( $n$ ) no 2 līdz 8.
3. Bebru ģimenes, kuru numuriem ir vienādi pirmie  $n$  cipari, iegūst mājas vienā un tajā pašā stāvā.

Piemēram:

Ja bebru ģimenes A, B un C izlozē attiecīgi skaitļus 1002030436, 1002130482 un 1002140432 un priekšnieka skaitlis ir 5, tas nozīmē, ka bebru ģimene B un C pārceļas uz vienu stāvu (to pirmie 5 cipari ir 10021), bet bebru ģimene A pārceļas uz citu stāvu (viņu pirmie 5 cipari ir 10020).

Piecas bebru ģimenes izlozēja šādus skaitļus:

- 1) 1921601203
- 2) 1921621512
- 3) 1921625403
- 4) 1921602302
- 5) 1921621622

## Jautājums

Kāda ir mazākā iespējamā priekšnieka skaitļa  $n$  vērtība, lai 2. un 5. bebru ģimene atrastos vienā stāvā, bet atšķirīgā stāvā nekā 1. un 4. bebru ģimene?

*Ievadi naturālu skaitli.*

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 6

Lai atrastu mazāko priekšnieka skaitli, kas atbilst nosacījumiem, jāsalīdzina bebru ģimeņu skaitļu visvairāk pa kreisi esošie cipari. Mēs vēlamies atrast skaitli, kas nodrošina, ka pirmie  $n$  cipari 2. un 5. ģimenei ir vienādi, bet atšķiras no 1. un 4. ģimenes skaitļu pirmajiem  $n$  cipariem. 3. ģimeni var ignorēt, jo tā var atrasties jebkurā stāvā.

Visu izlozēto skaitļu pirmie 5 cipari ir vienādi (19216), tādēļ, ja  $n$  ir 5 vai mazāk, tad visas ģimenes atrastos vienā stāvā.

Mēģinot  $n = 6$ , mēs atklājam, ka katra skaitļa pirmie seši cipari ir:

1. un 4. ģimenei 192160, bet pārējām - 192162.

Tagad mums ir divas dažādas skaitļu grupas: tās, kas beidzas ar nulli, un tās, kas beidzas ar divi.

Bebru ģimenēm 2 un 5 sestais cipars ir divi, tāpēc tās atrodas vienā stāvā.

Bebru ģimenēm 1 un 4 sestais cipars ir nulle, tāpēc tās atradīsies citā stāvā nekā 2. un 5. ģimene.

Bebru ģimenei 3 arī sestais cipars ir 2, taču nav nozīmes, kurā stāvā viņi dzīvo.

Tāpēc  $n = 6$  ir derīga atbilde un 6 ir mazākais priekšnieka skaitlis, kas atbilst nosacījumiem.

## Visvairāk nolietotais segments



Digitālā pulksteņa ciparnīcu veido četri cipari un katrs no tiem sastāv no septiņiem luminiscējošiem segmentiem. Katra cipara attēlošanai noteikti segmenti tiek ieslēgti, bet pārējie - izslēgti. Lūk, kādi segmenti tiek ieslēgti katra cipara attēlošanai:

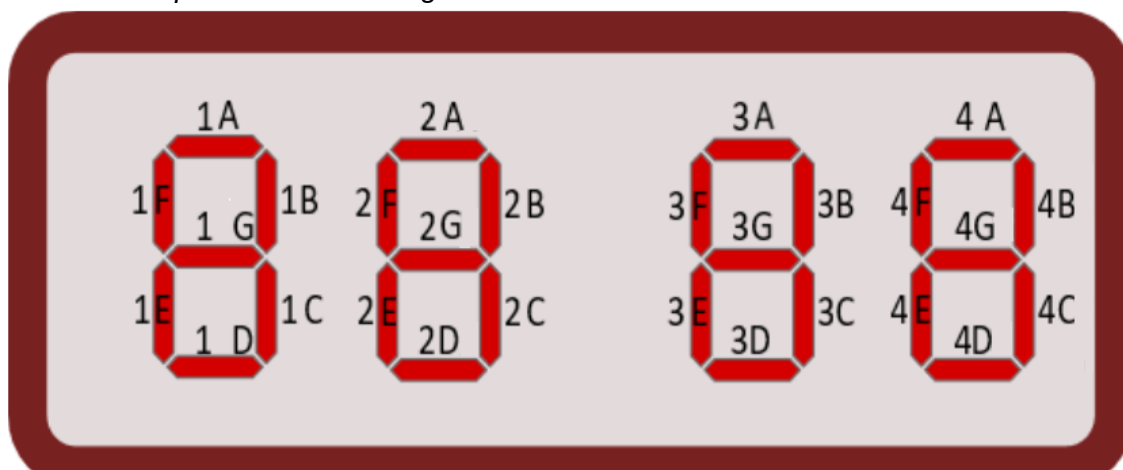


Segments, kas nedēļas laikā ir bijis ieslēgts visilgāk, ir jānomaina vispirms.

### Jautājums

Kurš no 28 segmentiem ir jānomaina vispirms?

*Norādiet cipara numuru un segmenta burtu.*

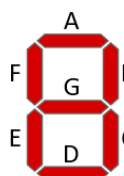


### Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 1B

Pulkstenis laiku rāda 24 stundas diennaktī un visi rādījumi atkārtojas katru dienu nedēļas laikā. Tāpēc pietiek noteikt, kurš ir visvairāk izmantotais segments vienas diennakts laikā.

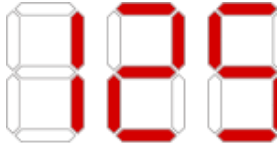
Diennakts laikā pulkstenis parāda laiku no 00:00 līdz 23:59 ar nebūtisko nulli priekšā



(jo tas rāda 16:38 un 04:01 piemēra attēlos).

Stundu desmitus attēlojošais cipars (pirmais no kreisās puses) var būt tikai 0, 1 vai 2. Visos šajos ciparos segments B būs ieslēgts - tāpēc šis segments ir ieslēgts nepārtraukti - 24 stundas diennaktī.

Parādīsim, ka nevienam citam segmentam nav šādas īpašības.



Aplūkojot ciparus 1, 2 un 5, varam konstatēt, ka neviens segments nav ieslēgts visos trijos ciparos (ciparam 1 ir ieslēgti tikai segmenti B un C, bet ciparam 2 nav ieslēgts C un ciparam 5 - B). Tā kā visām pulksteņa ciparu pozīcijām, izņemot pirmo, kādā brīdī ir redzams katrs no šiem trim cipariem, tad neviens segments nevar būt ieslēgts visu laiku.

# Banāni mugursomās

Pērtiķēns Maiks kopā ar diviem draugiem vēlas doties pārgājienā. Viņš vēlas paņemt līdzī ēdienu iespējamā izsalkuma remdēšanai. Viņam ir sagatavoti dažāda lieluma banānu ķekari. Maiks vēlas visus savus banānus sadalīt vienādi starp trim mugursomām, nesaraujot ķekarus. Maika mammai arī ir pieci banānu ķekari. Ja nepieciešams, Maiks var izmantot arī vienu no mammas banānu ķekariem.



## Jautājums

Vai Maiks var sadalīt savus banānu ķekarus pa trim mugursomām tā, lai banānu skaits visās būtu vienāds?

## Atbilžu varianti

- A. Ir iespējams, pat neņemot banānus no mammas.
- B. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos vienu banānu.
- C. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar diviem banāniem.
- D. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar trim banāniem.
- E. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar četriem banāniem.
- F. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar pieciem banāniem.
- G. Nē, nav iespējams, pat ja mamma iedos vienu ķekaru.

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: D

*Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar trim banāniem."*

Ja mamma iedos ķekaru ar trim banāniem, tad katrā somā var ielikt pa 15 banāniem. Piemēram, šādi:



Lai atrisinātu uzdevumu, jāatrod visu ķekaru banānu skaita summa, kam jādalās ar 3. Visos Maika ķekaros kopā ir  $3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 6 + 8 + 8 = 42$  banāni. 42 dalās ar 3, iegūstot 14. Tagad mēs varētu mēģināt sadalīt ķekarus pa mugursomām. 14 ir pāra skaitlis, tāpēc ķekari ar 3 un 5 banāniem ir jāliek vienā mugursomā. To zinot, trīs mugursomās ir jāsadala šāds banānu skaits:  $(5 + 3)$ , 8, 8, 4, 4, 4 un 6. Mēs varam

aizpildīt vienu mugursomu ar 14 banāniem, izmantojot  $(8 + 6)$  vai  $(4 + 4 + 6)$ , bet pēc tam nav iespējas piepildīt pārējās divas mugursomas, nesaraucot ķekarus. To var matemātiski pierādīt, parādot, ka nevar summā iegūt 14, summējot skaitļus no  $(4, 4, 4, 8, 8)$  vai  $(3, 4, 4, 4, 5, 8)$ .

Tāpēc mēs secinām, ka mums ir jāpaņem ķekars no mammas. Tā kā mums summā ir nepieciešams skaitlis, kas dalās ar 3, Maikam ir jāizvēlas ķekars ar 3 banāniem. Jebkurš cits saišķis summā dos banānu skaitu, kas nedalās ar 3:  $(42 + 1 = 43, 42 + 2 = 44, 42 + 4 = 46, 42 + 5 = 47)$ . Paņemot 3 banānus, kopā ir  $42 + 3 = 45$  banāni, kasnozīmē, ka katrā mugursomā ir jāievieto 15 banāni. Sākot ievietošanu ar lielākajiem ķekariem  $(8, 8, 6)$ , tiks atvieglota atlikušo ķekaru sadale. 6 var savienot ar 5 un 4, bet katru mugursomu ar 8 banānu ķekaru var savienot ar 3 un 4 banānu ķekaru.

# Aizzīmogatās vēstules

Bebru Republikā ir slepens skapis, kas ir pilns ar slepenām vēstulēm. No 16 šajā skapī esošajām vēstulēm, kas numurētas no 1 līdz 16, 10 bija atvērtas, bet pārējās 6 bija aizzīmogatās aploksnēs. Kādu vakaru ienaidnieka spiegs iezagās un atvēra vienu no aizzīmogatajām vēstulēm. Promejot viņš to aizmirsa aizzīmogat. Nākamajā rītā sākās izmeklēšana, jo tika pamanīts, ka tagad atvērtas ir 11 vēstules, kā parādīts attēlā:



Slepenā dienesta darbinieki neatceras visas detaļas, bet ir pārliecināti, ka pirms spiega apmeklējuma bija patiesi šādi apgalvojumi:

- Kopējais atvērto vēstuļu skaits kolonnās C2 un C4 bija pāru skaitlis.
- Kopējais atvērto vēstuļu skaits kolonnās C3 un C4 bija pāru skaitlis.
- Kopējais atvērto vēstuļu skaits rindās R2 un R4 bija pāru skaitlis.
- Kopējais atvērto vēstuļu skaits rindās R3 un R4 bija pāru skaitlis.

## Jautājums

Kuru vēstuli atvēra ienaidnieka spiegs?

*Ievadi naturālu skaitli - atvērtās vēstules numuru.*

*Ja ar doto informāciju nepietiek, lai noteiktu, kura vēstule tika atvērta, ievadiet 0.*

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 13. vēstule.

Izmantosim šādu argumentāciju:

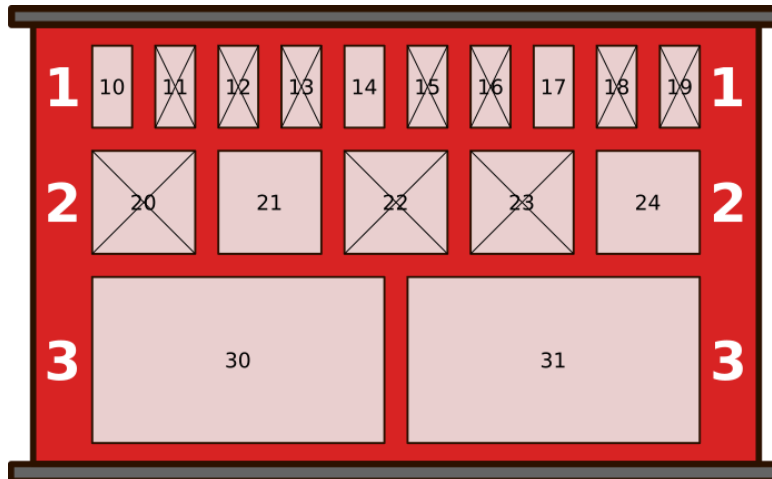
- Kolonnās C2 un C4 kopā ir pāra skaits atvērto vēstuļu, kas atbilst darbinieku atmiņām. Tā kā spiegs ir atvēris tikai vienu vēstuli, tas nozīmē, ka spiega atvērtā vēstule nav šajās kolonnās - atvērtajai vēstulei ir jābūt kolonnā C1 vai C3.
- Kolonnās C3 un C4 kopā ir pāra skaits atvērto vēstuļu, kas atbilst darbinieku atmiņām. Ņemot vērā iepriekšējo apgalvojumu, tas nozīmē, ka spiega atvērtajai vēstulei jāatrodas kolonnā C1.

- Rindās R2 un R4 kopā ir nepāra skaits atvērto vēstuļu, kas neatbilst darbinieku atmiņām. Tas nozīmē, ka spiega atvērtajai vēstulei ir jābūt vai nu rindā R2, vai R4.
- Rindās R3 un R4 kopā ir nepāra skaits atvērto vēstuļu, kas neatbilst darbinieku atmiņām. Ņemot vērā iepriekšējo apgalvojumu, tas nozīmē, ka spiega atvērtajai vēstulei jāatrodas rindā R4.

Tāpēc spiega nolasītā vēstule atrodas kolonnā C1 un rindā R4, kas norāda uz 13. vēstuli.

# Paku skapis

Paku piegādes stacijā Bebrvilā robots piegādātās pakas ievieto skapīšos. Ir trīs dažādu izmēru pakas: mazas, vidējas un lielas, un trīs dažādu izmēru skapīši, 1, 2 un 3. Mazās pakas var ietilpt visu trīs veidu skapīšos. Vidējās pakas var ietilpt 2. un 3. izmēra skapīšos. Lielās pakas var ietilpt tikai 3. izmēra skapīšos. Robots izmanto datorredzi, lai noteiktu ienākošās pakas izmēru un ievietotu to tukšā skapītī ar mazāko numuru, kurā paka var ietilpt. Kādu rītu piegādes stacijā skapīši ir aizņemti tā, kā redzams attēlā. Skapīši, kas apzīmēti ar X, ir aizņemti, tajos ir paka un tur citas pakas vairs ievietot nevar.



Dienas laikā notiek šādi astoņi notikumi:.

1. Tiek piegādātas divas mazas pakas.
2. Kāds paņem paku no 22. skapīša.
3. Tiek piegādāta liela paka.
4. Tiek piegādātas vēl trīs mazas pakas.
5. Kāds paņem paku no 15. skapja.
6. Tiek piegādāta vidēja izmēra paka.
7. Kāds paņem paku no 18. skapja.
8. Tiek piegādāta vēl viena maza paka.

## Jautājums

Kurā skapītī robots ievietoja beidzamo piegādāto paku?

*Ievadi naturālu skaitli*

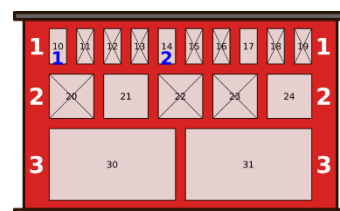
## Atbildes izskaidrojums

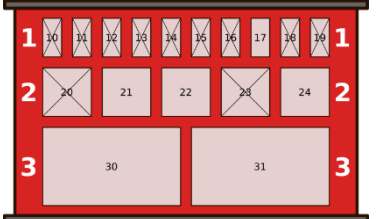
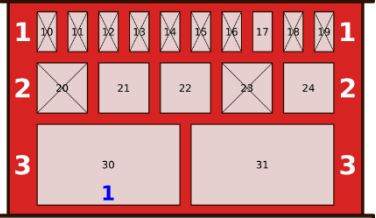
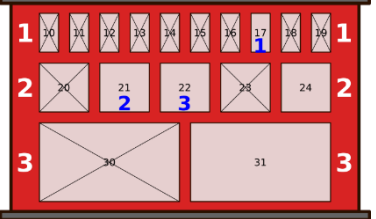
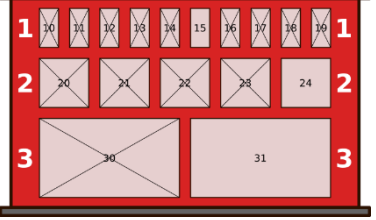
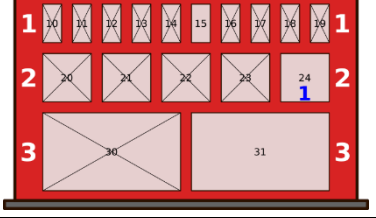
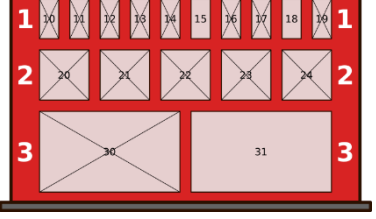
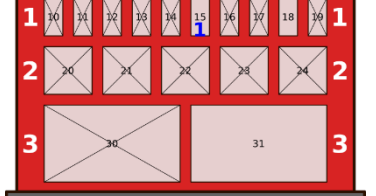
Pareizā atbilde: 15

Paku skapja satura izmaiņas dienas gaitā:

1. Tiek piegādātas divas mazas pakas.

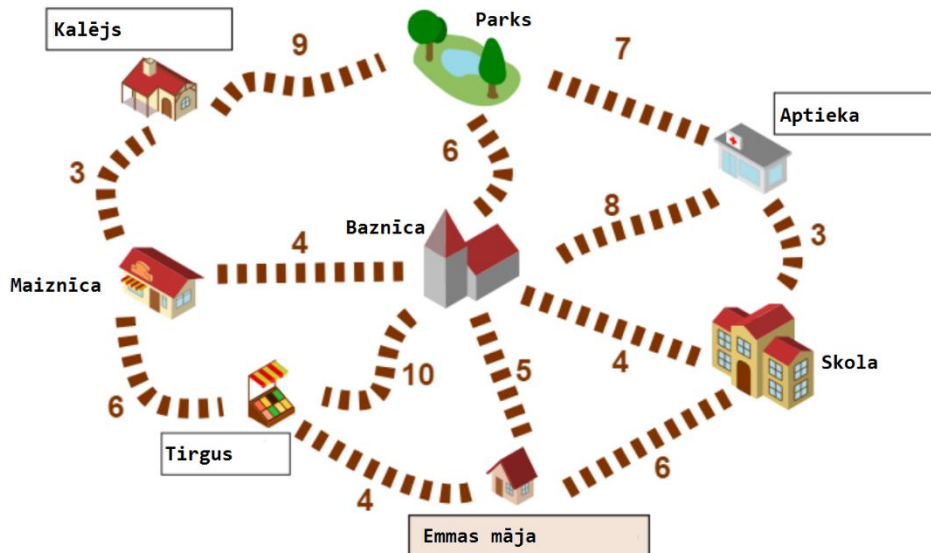
- Pakas tiek ievietotas 10. un 14. skapītī.



|                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2. Kāds paņem paku no 22. skapīša.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>22. skapītis nu ir tukšs.</li> </ul>                                                                                                                                  |    |
| <p>3. Tiek piegādāta liela paka.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Paka tiek ievietota 30. skapītī.</li> </ul>                                                                                                                                |    |
| <p>4. Tiek piegādātas vēl trīs mazas pakas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pirmā paka tiek ievietota 17. skapītī. Otrā paka tiek ievietota 21. skapītī (jo nav brīvu 1. izmēra skapīšu). Trešā paka tiek ievietota 22. skapītī.</li> </ul> |    |
| <p>5. Kāds paņem paku no 15. skapja.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>15. skapītis nu ir tukšs.</li> </ul>                                                                                                                                   |   |
| <p>6. Tiek piegādāta vidēja izmēra paka.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Paka tiek ievietota 24. skapītī.</li> </ul>                                                                                                                        |  |
| <p>7. Kāds paņem paku no 18. skapja.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>18. skapītis nu ir tukšs.</li> </ul>                                                                                                                                   |  |
| <p>8. Tiek piegādāta vēl viena maza paka.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Paka tiek ievietota 15. skapītī (tukšs 1. izmēra skapītis ar mazāko numuru)..</li> </ul>                                                                          |  |

# Emmas darbi

Emma dzīvo ciematā, kura karte parādīta attēlā. Skaitlis pie ceļa starp divām vietām norāda, cik ilgs laiks minūtēs jāpatērē, lai veiktu attiecīgo ceļu.



Kādu dienu Emmai tika uzdoti šādi trīs darbi:

- Paņemt pakavu no kalēja,
- Paņemt zāles aptiekā,
- Nopirkt tirgū augļus.

Darbus var izpildīt jebkādā secībā. Emma sākumā atrodas savā mājā un pēc visu darbu pabeigšanas viņai tajā arī jāatgriežas. Katra darba pabeigšanai attiecīgajā vietā (pie kalēja, aptiekā, tirgū) ir nepieciešama viena minūte.

Ja Emma izvēlētos maršrutu

“Mājas→Tīrgus(augļi)→Maiznīca→Kalējs(pakavs)→Parks→Aptieka(zāles)→Skola→Mājas”, tad kopā būtu nepieciešama 41 minūte:  $38 = 4+6+3+9+7+3+6$  minūtes ceļā un trīs minūtes pašu darbu veikšanai.

## Jautājums

Kāds ir īsākais laiks, kurā Emma var pabeigt visus darbus un atgriezties mājās?

### Atbilžu varianti

- A. 37 minūtes
- B. 38 minūtes
- C. 39 minūtes
- D. 40 minūtes

### Atbildes izskaidrojums

Pareizā ir atbilde: C

Ātrākais maršruts ir:

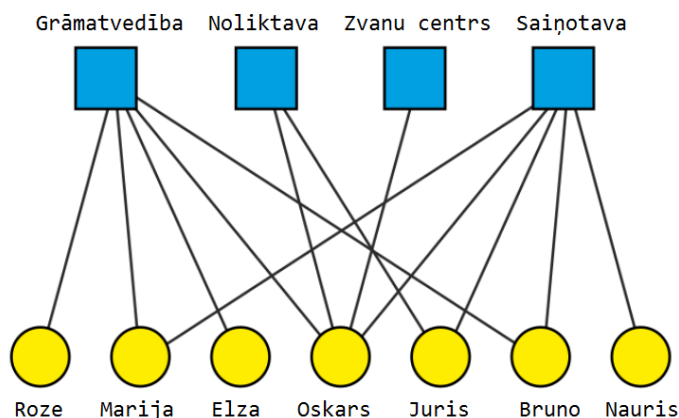
“Mājas→Skola→Aptieka(zāles)→Skola→Baznīca→Maiznīca→Kalējs(pakavs)→Maiznīca→Tirgus(augļi)→Mājas”

Nepieciešamais laiks ir  $6 + 3 + 3 + 4 + 4 + 3 + 3 + 6 + 4 = 36$  minūtes ceļā + 3 minūtes darbu veikšanai = 39 minūtes. Šo pašu maršrutu var veikt arī pretējā virzienā, patērējot tik pat daudz laika.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>Lai redzētu, ka nav īsāka maršruta, mēs izmantosim vienkāršotu kartes versiju - skatīt attēlu labajā pusē.</p> <p>Aplī (turpmāk saukti par virsotnēm) apzīmē dažādas vietas ciematā, un līnijas (turpmāk sauktas par šķautnēm) apzīmē ceļus starp tiem. Tāpat kā kartē, skaitlis blakus katrai malai norāda laiku minūtēs, kas nepieciešams, lai šo ceļu veiktu.</p>                                                |  |
| <p>Mēs varam ignorēt pelēkās šķautnes, jo katram virsotņu pārim, ko tās savieno, eksistē ātrāks ceļš, kas iet caur kādu papildu virsotni.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
| <p>Varam ignorēt arī virsotni “Parks”, jo nekas neliek Emmai iet caur to un katram maršrutam, kas iet caur to, eksistē patērētā laika ziņā īsāka alternatīva.</p>                                                                                                                                                                                                                                                      |  |
| <p>Divas augšējās virsotnes (atbilst kalējam un aptiekai) attēlā pa labi noteikti ir jāapmeklē. Pēc iepriekšizdarītajiem spriedumiem katrai no tām vajadzēs 3 minūtes no tuvākās vietas turp un 3 minūtes pa to pašu ceļu atpakaļ. Tātad varam izdzēst šīs divas virsotnes, bet atcerēties, ka beigu rezultātam jāpieskaita 12 minūtes.</p>                                                                            |  |
| <p>Esam ieguvuši beigu grafu. Slēgtam maršrutam jāsākas un jābeidzas ar bultiņu apzīmētajā virsotnē un jāapmeklē visas trīs iekrāsotās virsotnes. Īsākais maršruts izmantos visas šķautnes, izņemot pelēko iekrāsoto.</p> <p>Maršrutā patērētais laiks ir <math>4 + 6 + 4 + 4 + 6 = 24</math> minūtes. Pieskaitot 12 minūtes no iepriekšējā soļa un 3 minūtes darbu paveikšanai, iegūstam kopējo laiku 39 minūtes.</p> |  |

# Darbu piešķiršana

Roze, Marija, Elza, Oskars, Juris, Bruno un Nauris ir pieteikušies uz četrām brīvajām vietām rūpnīcā. Pa vienai brīvai vietai ir grāmatvedībā, noliktavā, zvanu centrā un saiņotavā. Katra darbinieka kvalifikācija ļauj tam var strādāt tikai noteiktās struktūrvienībās, kā parādīts zīmējumā. Katrai struktūrvienībai jāpieņem darbā viens darbinieks un katrs darbinieks var strādāt ne vairāk kā vienā struktūrvienībā.



## Jautājums

Kurš no dotajiem izteikumiem noteikti ir patiess?

### Atbilžu varianti

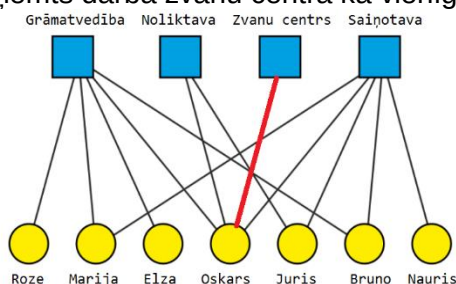
- A) Nauris tiks pieņemts darbā saiņotavā.
- B) Juris tiks pieņemts darbā noliktavā.
- C) Oskars tiks pieņemts darbā saiņotavā.
- D) Ja Marija tiks pieņemta darbā saiņotavā, tad Bruno tiks pieņemts darbā grāmatvedībā.
- E) Elza tiks pieņemta darbā grāmatvedībā.

### Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: B

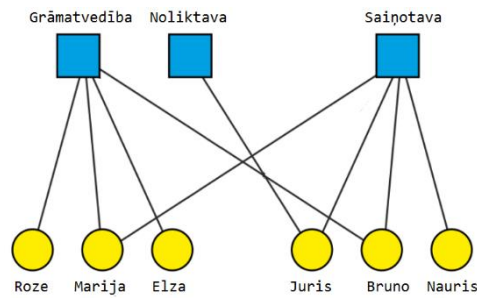
Pietiek ievērot, ka ja darbam kādā struktūrvienībā atbilst tikai viens pretendents, tad viņš tiks pieņemts šajā darbā neatkarīgi no tā, ka kvalificējas darbam arī citās struktūrvienībās.

Tādējādi, Oskars tiks pieņemts darbā zvanu centrā kā vienīgais kandidāts.

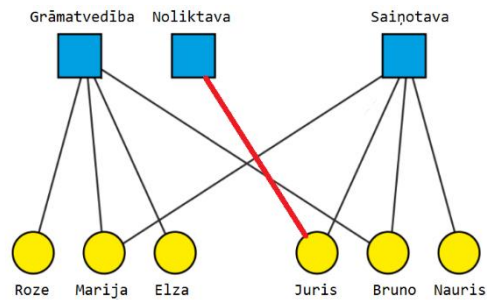


Tātad atbilde C ir aplama.

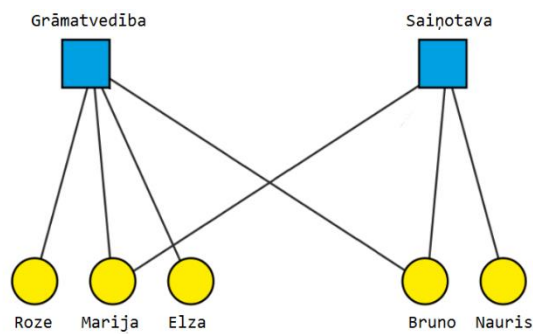
Tagad no zīmējuma varam izdzēst Oskaram un zvanu centram atbilstošos zīmējuma elementus, jo attiecībā uz atbilstošajiem objektiem ir izpildītas prasības (Oskars strādās vienā struktūrvienībā un zvanu centrs ir pieņēmis darbā vienu darbinieku).



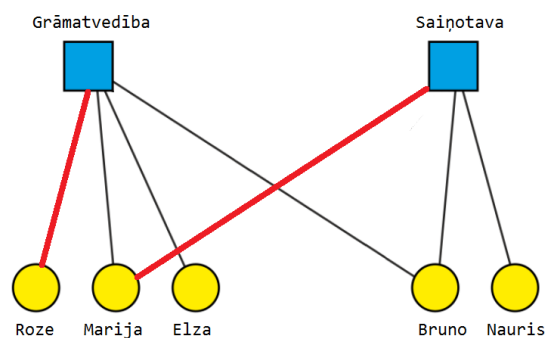
Atkārtotot iepriekšējo spriedumu jaunajā situācijā, izsecinām, ka Juris tiks pieņemts darbā noliktavā - B izteikums ir patiess.



Varam izdzēst Jurim un noliktavai atbilstošos zīmējuma elementus:



Tagad ir viegli ieraudzīt atrisinājumu, kuros apgalvojumi A, D un E būs aplami. Piemēram, Rozi var pieņemt darbā grāmatvedībā, bet Mariju - saiņotavā.



# Kļūdas labojums

Bebru valstī ir vienpadsmit ciparu tālrunu numuri. Diemžēl, pierakstot tos, cilvēki mēdz kļūdīties, tādēļ, lai būtu iespējams numuros izlabot VIENA cipara kļūdu, visi telefona numuri atbilst šādām īpašībām:



- 8. cipars ir pirmo septiņu ciparu summas pēdējais cipars;
- 9. cipars ir pirmo četru ciparu summas pēdējais cipars;
- 10. cipars ir 1., 2., 5. un 6. cipara summas pēdējais cipars;
- 11. cipars ir 1., 3., 5. un 7. cipara summas pēdējais cipars.

Piemēram, 12345678046 var būt tālruņa numurs, jo:

- 8. cipars ir 8 ( $1+2+3+4+5+6+7 = 28$ )
- 9. cipars ir 0 ( $1+2+3+4 = 10$ )
- 10. cipars ir 4 ( $1+2+5+6 = 14$ )
- 11. cipars ir 6 ( $1+3+5+7 = 16$ )

## Jautājums

Kāds kļūdījās VIENĀ ciparā un kā numuru pierakstīja 12312316710. Kāds bija pareizais tālruņa numurs?

*Ievadi vienpadsmit ciparu virkni [00000000000-99999999999]*

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 1231**5**316710  
(5. pozīcijā 2 jāaizstāj ar 5).

Sākotnējais numurs ir 12312316710.

1. Vispirms aplūkosim pēdējos četrus ciparus (8.–11.), kas ir 6, 7, 1, 0:
  8. cipars (6) ir **nepareizs** (jo  $1+2+3+1+2+3+1 = 13$ )
  9. cipars (7) ir **pareizs** (jo  $1+2+3+1 = 7$ )
  10. cipars (1) ir **nepareizs** (jo  $1+2+2+3 = 8$ )
  11. cipars (0) ir **nepareizs** (jo  $1+3+2+1 = 7$ )

Kā parādīts iepriekš, no pēdējiem četriem cipariem (8.–11.) trīs ir nepareizi, tāpēc vienīgā kļūda nevar būt tur. Tā kā pēdējie četri cipari (8.–11.) faktiski ir balstīti uz pirmajiem septiņiem cipariem, kļūdai jābūt vienā no pirmajiem septiņiem cipariem (1.–7.).

2. Pēc tam mēs pārbaudām pirmos septiņus ciparus (1.–7.), kas ir 1, 2, 3, 1, 2, 3, 3. Mēs jau zinām, ka 9. cipars (kas ir vienāds ar 1.–4. ciparu summu) ir pareizs, tāpēc pirmajiem četriem cipariem (1.–4.) ir jābūt pareiziem.

Apskatīsim pārējos trīs ciparus (5.–7.). Saskaņā ar noteikumiem:

5. cipars nosaka 8., 9. un 11. ciparu

6. cipars nosaka 8. un 10. ciparu

7. cipars nosaka 8. un 11. ciparu

Tā kā 8., 10. un 11. cipars ir nepareizi, kļūdai jābūt 5. ciparā.

3. Tagad noskaidrosim, kādam jābūt 5. ciparam:

Mēs zinām, ka 5. cipars var būt tikai skaitlis no 0 līdz 9.

Ir divi veidi, kā atrast pareizo 5. ciparu:

Ar mēģinājumu un kļūdu metodi: ja mēs cenšamies izmantot skaitļus no 0 līdz 9 pa vienam kā 5. ciparu, tikai skaitlis 5 atbilst noteikumam un padara pareizus 8., 10. un 11. ciparu. Tāpēc 5. ciparam jābūt 5 (nevis 2).

Matemātiski salīdzinot: Ja salīdzinām 8., 10. un 11. ciparu un to summas:

| Pozīcija   | Cipars | Orģinālā summa | Izlabotā summa, lai nodrošinātu atbilstību | Starpība |
|------------|--------|----------------|--------------------------------------------|----------|
| 8. cipars  | 6      | 13             | 16                                         | +3       |
| 10. cipars | 1      | 8              | 11                                         | +3       |
| 11. cipars | 0      | 7              | 10                                         | +3       |

Kā redzams, visos pāros atšķirība starp oriģinālo un izlaboto summu ir +3. Tas nozīmē, ka 5. cipara vērtība no sākotnējās (2) jāpalielina par 3, lai tā kļūtu 5 ( $2+3=5$ ).

Pārbaudīsim šo izlaboto numuru: 1231**5**316710.

8. cipars (6) tagad ir **pareizs** (jo  $1+2+3+1+5+3+1 = 16$ )

9. cipars (7) ir **pareizs** (jo  $1+2+3+1 = 7$ )

10. cipars (1) tagad ir **pareizs** (jo  $1+2+5+3 = 11$ )

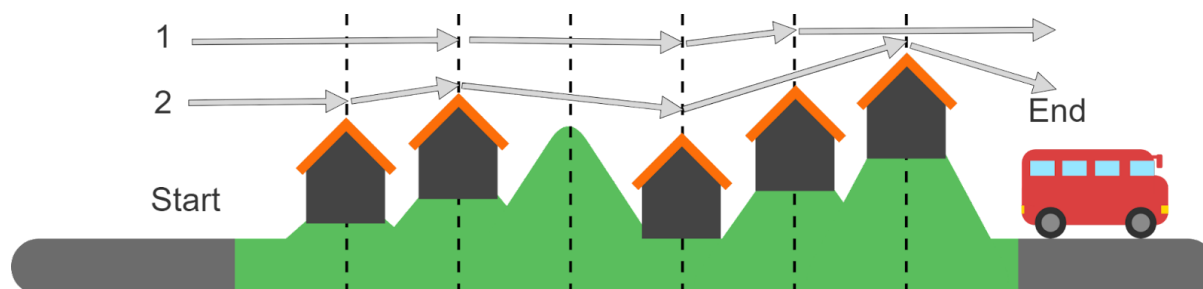
11. cipars (0) tagad ir **pareizs** (jo  $1+3+5+1 = 10$ )

# Pārgājienu maršruti

Mijai patīk doties pārgājienos un nakšņot katru reizi citā vietā. Attēlā parādīta Mijas iepļānotā pārgājiena shēma. Mija katru dienu var veikt tikai vienu vai divus posmus (iezīmēti ar raustītām līnijām). Attēlā parādītas pārgājiena sākuma un beigu, kā arī naktsmītņu atrašanās vietas.

Ar bultiņu virkni parādīti divi iespējamie pārgājiena maršruti:

pirmajā maršrutā būtu trīs nakšņošanas, bet otrajā - četras.



## Jautājums

Cik dažādu maršrutu (ieskaitot divus jau parādītos) ir Mijas pārgājienam?  
*levadi naturālu skaitli - dažādo maršrutu skaitu.*

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 6

Mēs varam atrisināt visu problēmu, izmantojot dekompozīciju: Vispirms mēs pamanām, ka Mijai ir jāpaliek B un C, jo attālums starp šīm divām vietām ir maksimālais attālums, ko viņa var noiet vienā dienā. Tas ļauj mums sadalīt uzdevumu divos mazākos uzdevumos. Var redzēt, ka ir divi veidi, kā nokļūt B no sākuma (tie, kas parādīti 1. maršrutā un 2. maršrutā). Tāpēc ir tikai divi iespējamie ceļi uz C. Tagad mēs varam apskatīt, cik daudz maršrutu ir, kā nokļūt no C līdz galam. Šajā uzdevumā vajadzētu noskaidrot, ka ir tikai trīs iespējas:

C → D → E → Beigas

C → E → Beigas

C → D → Beigas

Tas nozīmē, ka kopumā ir iespējami 2 x 3 maršruti.

# Istabas un durvis

Noslēpumainā pilī ir astoņas istabas un sešu tipu durvis. Ja jūs izejat caur kādām durvīm, tad varat nokļūt citā istabā, kurā ir šī paša tipa durvis. Piemēram, istabai A ir zilās durvis, caur kurām izejot var nonākt vai nu istabā D, vai istabā E, kurām abām arī ir zilās durvis.



## Jautājums

Jums nepieciešams nokļūt no istabas A uz istabu C, izejot cauri pēc iespējas maz citām istabām.

Caur cik durvīm šajā gadījumā būs jāiziet?

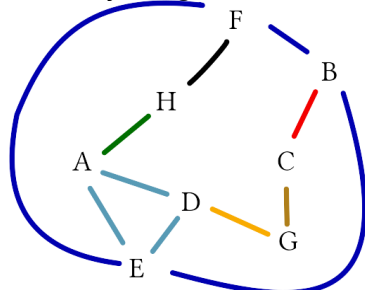
*Ievadi naturālu skaitli.*

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 3

Jāiziet caur trim durvīm.

Uzzīmējiet grafu, kurā virsotnes atbilst istabām, bet durvis - šķautnēm.

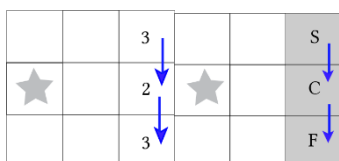


Ja vienu reizi atverat kādas no durvīm no A istabas un izejat caur tām, varat nonākt istabā D, E vai H. Ja atverat vēl otras durvis, varat nonākt no A istabā B (zilās durvis istabā E), F (zilās durvis istabā E vai melnās istabā H) vai G (oranžās durvis istabā D). Ja atverat trešās durvis - sarkanās durvis istabā B vai brūnās istabā G, varat sasniegt istabu C. Tādējādi no istabas A var sasniegt istabu C, kopumā izejot pa 3 durvīm.

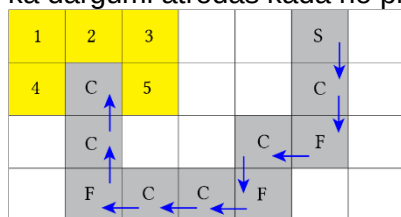
# Tuvāk vai tālāk

Daniels spēlē spēli, kurā rūtiņu laukumā jānosaka, kurā no rūtiņām ir apslēpti dārgumi. Daniels spēli sāk rūtiņā, kas apzīmēta ar **S** un katrā **solī** var pāriet uz blakus rūtiņu (kopīga mala) vertikālā vai horizontālā virzienā. Pēc katra soļa Daniels saņem signālu, vai viņš tuvojas (C no angļu "closer") vai attālinās (F no angļu "further away") no dārgumiem. **Attālumu** līdz dārgumiem nosaka kā soļu skaitu, kāds nepieciešams, lai no rūtiņas tiktu līdz rūtiņai, kurā apslēpti dārgumi.

Piemēram, zemāk parādītajā 3×3 rūtiņu laukumā rūtiņa, kurā apslēpti dārgumi, ir apzīmēta ar . Daniels veic divus soļus bultiņu virzienā. Attālums no katras rūtiņas līdz dārgumiem ir parādīts zīmējumā pa labi. Daniels pēc pirmā soļa saņem signālu "C", bet pēc otrā - "F".



Tagad Danielam ir iedots cits, 4×7 rūtiņas liels laukums un atzīmēts viņa veiktais maršruts un pēc katra soļa saņemtais signāls. Tad Daniels ir saņēmis papildu norādi, ka dārgumi atrodas kādā no piecām sanumurētajām rūtiņām.



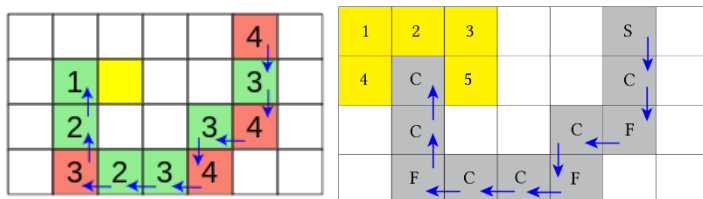
## Jautājums

Kurā no numurētajām rūtiņām atrodas dārgumi?  
Ievadi *natūrālu skaitli*.

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 5

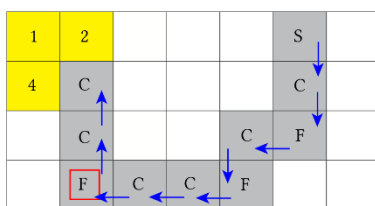
Varam pārbaudīt, ka rūtiņai "5" atbilst dotā "C" un "F" virkne - ja attālums samazinās, tad tiek ziņots "C", bet, ja palielinās, tad "F".



Citām numurētajām rūtiņām var norādīt kāda burta neatbilstību ziņojumu virknē.

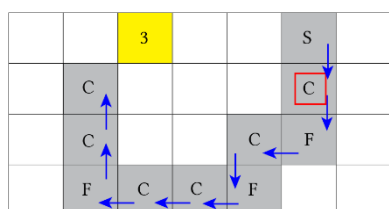
## Rūtiņām 1, 2 vai 4:

Ja dārgumi būtu kādā no šīm rūtiņām, tad burta "F" vietā 4. rindas 2. kolonnā būtu "C", jo šī rūtiņa atrastos tuvāk dārgumiem nekā iepriekšējā (4. rindas 3. kolonnā).



### Rūtiņai 3:

Ja dārgumi atrastos šajā rūtiņā, tad 2. rindas 6. kolonnā būtu jābūt "F", jo šī rūtiņa atrastos tālāk no dārgumiem nekā sākuma "S" rūtiņa.



# Elektroniskā slēdzene

Bebrs Bobs savas mājas ieejas durvīm ir uzstādījis elektroniska koda slēdzeni. Lai to atvērtu, nepieciešams nospiegt noteiktus taustiņus pareizā secībā. Sākotnējais kods bija šāds:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 4 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|

Lai šo kodu būtu grūtāk uzminēt, viņš to aizšifrēja šādi: **0>>0, 1>>3, 2>>0, 3>>1, 4>>0**

Pieraksts "**I>>K**" nozīmē, ka pa kreisi no skaitļa **I** tieši **K** skaitļi ir lielāki par **I**.

"**0>>0, 2>>0 un 4>>0**" nozīmē, ka parolē pa kreisi no skaitļiem **0, 2, 4** neviens nav par tiem lielāks.

"**1>>3**" nozīmē, ka pa kreisi no **1** tieši trīs skaitļi ir par to lielāki: **2, 3, 4**.

Un "**3>>1**" nozīmē, ka pa kreisi no **3** tieši viens skaitlis (**4**) ir par to lielāks.

Bobs nomainīja durvju kodu uz sarežģītāku astoņu ciparu kodu, kurš aizšifrēts izskatās kā:

**0>>3, 1>>2, 2>>4, 3>>4, 4>>1, 5>>1, 6>>1, 7>>0.**

## Jautājums

1. Kāds ir Boba jaunais durvju kods?
2. Ievadi astoņu ciparu virkni.

## Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde:

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 4 | 1 | 0 | 5 | 6 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Nav iespējams manuāli iegūt pareizo kodu, pārļausot visus iespējamās n! variantus.

Ir vairākas risināšanas stratēģijas, bet vienkāršākās no tām ir sākot ar lielāko (7) vai mazāko ciparu (0). Aplūkosim variantu, kad sākam no mazākā (0).

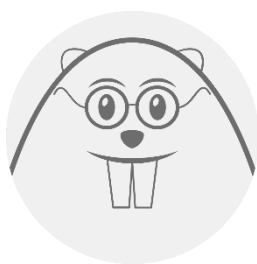
1) No **0>>3** izriet, ka pa kreisi no 0 ir jābūt trim brīvām šūnām. Tas ir, 0 garantēti atrodas ceturtajā šūnā no kreisās puses.

2) No **1>>2** izriet, ka pa kreisi no 1 ir jābūt divām brīvām šūnām. Tas ir, 1 garantēti atrodas trešajā šūnā no kreisās puses.

3) No **2>>4** izriet, ka pa kreisi no 2 ir jābūt četrām brīvām šūnām. Tas ir, 2 garantēti atrodas sestajā šūnā no kreisās puses:

|  |   |   |  |   |  |
|--|---|---|--|---|--|
|  | 1 | 0 |  | 2 |  |
|--|---|---|--|---|--|

Turpinot šādus spriedumus, atradīsim vienīgo atrisinājumu.



Copyright Bebras