Международно състезание “Европейско Кенгуру”

18 март 2017 г.

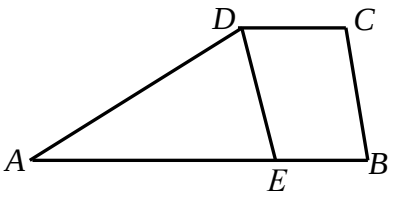
ТЕМА за 9–10 клас

След първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 задачи с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Какъв най-малък брой топчета трябва да извадим без да гледаме от кутия с 203 червени, 117 бели и 28 сини топчета, за да сме сигурни, че измежду извадените има 3 едноцветни?

A) 3 **B)** 7 **C)** 203 **D)** 320 **E)** 321

2. Даден е трапец $ABCD$ ($AB \| CD$). Точката E е от страната AB така, че отсечката DE разполовява лицето на трапеца. Ако $AB = 50$ и $CD = 20$, да се намери дължината на отсечката AE.

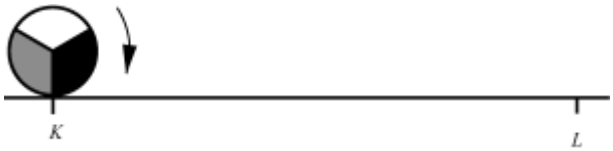


A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 40 **E)** 45

3. Една осма от гостите на една сватба са деца, а три седми от възрастните гости са мъже. Колко са възрастните жени на сватбата?

A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{1}{5}$ **D)** $\frac{3}{7}$ **E)** $\frac{5}{8}$

4. Кръг с радиус 1 се търкаля без триене по права линия от точката K до точката L.



Ако $KL = 11\pi$, коя от посочените по-долу фигури изобразява кръга в крайната точка L на търкалянето?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

5. Коя от картинките по-долу показва траекторията на центъра на колелото, което последователно се изкачва и спуска?

A) 

B) 

C) 

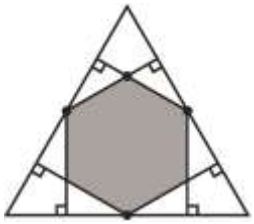
D) 

E) 

6. Колко естествени числа n притежават свойството: точно едно от числата n и $n+20$ е четирицифрено?
A) 19 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 38 **E)** 40

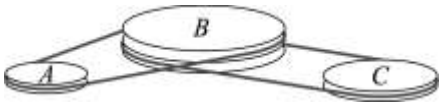
7. Сборът от квадратите на три последователни естествени числа е 770. Кое е най-голямото от тези числа?
A) 16 **B)** 17 **C)** 18 **D)** 19 **E)** 20

8. От средите на страните на равностранен триъгълник са спуснати шест перпендикуляра към страните му. Каква част от лицето на триъгълника е лицето на получения по този начин шестоъгълник, който е затъмнен на чертежа?
A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{2}{5}$ **C)** $\frac{4}{9}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** $\frac{2}{3}$



9. Ценко си изготвя седмична програма за тичане. Той иска да тича в едни и същи три дни всяка седмица, но и да не тича в два последователни дни. По колко начина може Ценко да изготви програмата си?
A) 6 **B) 7** **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

10. Ремъчна система предавки е съставена от дисковете *A*, *B* и *C*, които се въртят без приплъзване. Когато *B* прави 4 пълни оборота, *A* прави 5 пълни оборота, а когато *B* прави 6 пълни оборота, *C* прави 7 пълни оборота. Да се намери обиколката на *A*, ако обиколката на *C* е 30 см.



A) 27 см **B)** 28 см **C)** 29 см **D)** 30 см **E)** 31 см

11. Четирима приятели са различно високи. Тошко е по-нисък от Виктор с толкова сантиметра, с колкото е по-висок от Перо, а Оги е по-нисък от Перо със същата разлика. Колко е висок Оги, ако Тошко е висок 184 см и средната височина на четиримата е 178 см?
A) 180 см **B)** 170 см **C)** 160 см **D)** 164 см **E)** 174 см

12. По време на нашата почивка валя дъжд 7 пъти. Когато валеше сутрин, следобедът беше слънчев, а ако валеше следобед, сутринта беше слънчева. Имахме общо 5 слънчеви сутрини и 6 слънчеви следобеда. Колко дни е продължила почивката?
A) 18 **B)** 13 **C)** 12 **D)** 11 **E)** 9

13. Четирима братовчеди са на различна възраст под 18 години. Намерете сбора от годините на четиримата, ако годините им са цели числа с произведение 882.
A) 23 **B)** 25 **C)** 27 **D)** 31 **E)** 33

14. Показаната таблица 3×3 трябва да се попълни с числа така, че сборът на числата във всеки квадрат 2×2 да е един и същ. Три от клетките са вече попълнени. Кое число трябва да се постави на мястото на въпросителния знак?

A) 0 **B)** 1 **C)** 4 **D)** 5 **E)** не е възможно да се определи

3		1
2		?

15. Двойката цифри a и b в този ред е записана последователно три пъти, при което е получено шестцифреното число $\overline{ababab}$. Това число се дели винаги на:

A) 2 **B)** 5 **C)** 7 **D)** 9 **E)** 11

16. Седем естествени числа a, b, c, d, e, f и g са записани едно след друго в редица. Сборът им е 2017, а разликата на кои да е две съседни е 1. Кои от числата биха могли да са равни на 286?

A) само a или g **B)** само b или f **C)** само c или e **D)** само d **E)** кое да е от тях

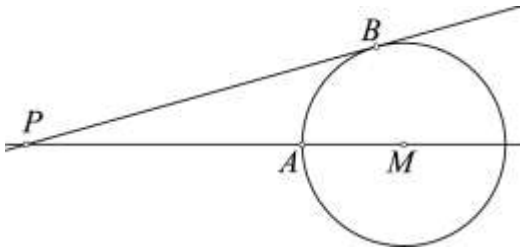
17. Разполагаме с две еднакви зарчета, върху стените на всяко от които са записани числата -3, -2, -1, 0, 1 и 2. Хвърляме зарчетата и умножаваме числата върху горните им стени. Каква част от резултатите са отрицателни?

A) $\frac{5}{12}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{1}{4}$ **E)** $\frac{11}{36}$

18. Аврам решил да си направи секретна комбинация от 7 цифри, като искал всяка цифра да се появява толкова пъти в комбинацията, колкото е стойността ѝ. При това искал еднаквите цифри да са разположени една до друга. Примери за такива комбинации са 4444333 и 1666666. Колко различни секретни комбинации може да си направи Аврам?

A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 5 **E) 4**

19. Дадени са окръжност с център M и точка A върху нея. Върху правата AM, външно за окръжността, е взета точка P, като дължината на отсечката PA е цяло число. Допирателната през P се допира до окръжността в точка B и $PB = PA + 6$. Да се намери броят на възможните стойности на дължината на радиуса на окръжността, ако тя е също цяло число.

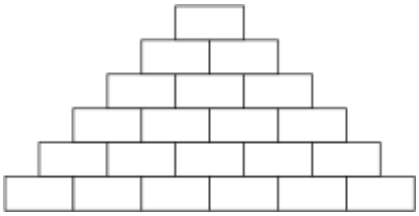


A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8

20. Лиза събрала градусните мерки на ъглите на един изпъкнал многоъгълник, но пропуснала един от ъглите и получила 2017^0. Колко градуса е пропуснатият ъгъл?

A) 37^0 **B)** 53^0 **C)** 93^0 **D)** 123^0 **E)** 143^0

21. Иво записва по едно естествено число в кутийките вдясно така, че всяко число е сбор на двете числа, намиращи се непосредствено под него. Колко нечетни числа най-много може да запише Иво?

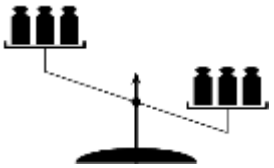


A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 17

22. 30 танцьори са застанали в кръг, обърнати с лице към центъра на кръга. При команда „завърти се“ някои от тях се завъртат наляво на 90^0, а останалите – надясно на 90^0. Всеки двама с лице един към друг си казват „Здравей“. Точно 10 от танцьорите си казали „Здравей“. Следва команда „кръгом“, при която танцьорите се завъртат на 180^0 и всеки двама с лице един към друг си казват „Здравей“. Колко танцьори са си казали „Здравей“ след втората команда?

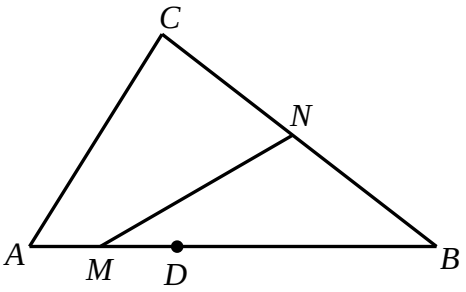
A) 10 **B)** 20 **C)** 30 D) 15 **E)** не е възможно да се определи

23. Дадени са шест тежести в грамове: 101, 102, 103, 104, 105 и 106. Върху двете блюда на везна се поставят по три тежести по случаен начин. В колко процента от случаите тежестта от 106 грама е върху по-тежкото блюдо?



A) 20 % **B)** 25 % **C)** 40 % **D)** 80 % **E)** друг отговор

24. Даден е триъгълник ABC ($AB > AC$) и точка D върху страната AB така, че $DB = AC$. Средите на отсечките AD и BC са означени съответно с M и N. Да се намери $\angle BAC$, ако $\angle BMN = 15^0$.



A) 15^0 **B)** 30^0 **C)** 45^0 **D)** 60^0 **E)** 75^0

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгуруто задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Намерете броя на точките $M(x;y)$ с целочислени координати в правоъгълна координатна система в равнината, които изпълняват условието $|x|+|y|=2$.

26. Естественото число n е 2017-цифрено и сборът от цифрите му е 18 153. Намерете най-големия прост делител на сбора от цифрите на числото $n+2017$.