Международно състезание "Европейско Кенгуру"

17 март 2018 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!

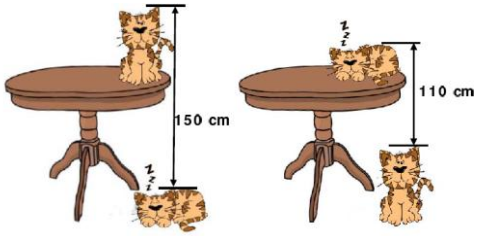
1. На колко е равен сборът на 25% от 2018 и 2018% от 25?

A) 5045 **B)** 4036 **C)** 3027 **D)** 2018 **E)** 1009

2. Дължините на две от страните в един триъгълник са 5 cm и 2 cm, а дължината в сантиметри на третата страна е нечетно цяло число. Намерете това число.

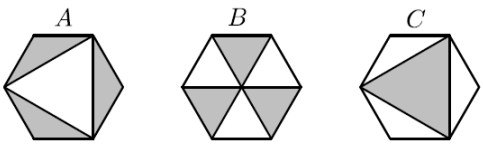
A) 7 **B)** 5 **C)** 3 **D)** 1 **E)** не може да се определи

3. Разстоянието от най-високата точка на една котка, когато тя спи на земята, до най-високата точка на котката, когато седи на масата, е 150 cm. Разстоянието от най-високата точка на котката, когато тя седи на земята, до най-високата точка на котката, когато спи на масата, е 110 cm. Колко сантиметра е висока масата?



A) 115 **B)** 120 **C)** 125 **D)** 130 **E)** 145

4. A, B и C са три еднакви правилни шестоъгълника. Съответно с X, Y и Z са означени лицата на затъмнените им части. Коя от зависимостите по-долу е вярна?



A) $X \neq Y \neq Z$ **B)** $X = Y = Z$ **C)** $Y = Z \neq X$ **D)** $Z = X \neq Y$ **E)** $X = Y \neq Z$

5. Две сгради се намират на една и съща улица на разстояние 250 метра една от друга. Едната се обитава от 50 жители, а втората – от 75. Къде трябва да се построи автобусна спирка така, че сумарното разстояние при еднократно придвижване на живущите в двете сгради от съответните сгради, в които живеят, до спирката да е възможно най-малко?

A) пред първата сграда **B)** пред втората сграда **C)** на 100 метра от втората сграда **D)** на 100 метра от първата сграда **E)** където и да е между двете сгради

6. Сумата на 5 последователни цели числа е 10^{2018}. Намерете средното по големина число.

A) 10^{2013} **B)** 2^{2018} **C)** 5^{2018} **D)** 2.10^{2017} **E)** 5.10^{2017}

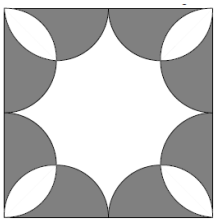
7. Всяко естествено число n измежду първите 105 члена на редицата

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots$$

се среща точно n пъти. Колко от тези 105 члена на редицата се делят на 3?

A) 18 **B)** 21 **C)** 30 **D)** 42 **E)** 45

8. Осем еднакви полуокръжности са разположени във вътрешността на квадрат със страна 4 cm, както е показано на чертежа вдясно. Намерете лицето в квадратни сантиметри на незатъмнената част от квадрата.



A) 6 **B)** 2π **C)** $3\pi - 2$ **D)** 8 **E)** 3π

9. В празничен ден всеки от общо 40 автобуса свързва еднократно някои два измежду градовете M, N, O, P и Q. За всеки от градовете M, N, O и P има по 10 автобуса, които тръгват от този град или пристигат в него. Колко автобуса тръгват от Q или пристигат в Q?

A) 0 **B)** 10 **C)** 20 **D)** 40 **E)** повече от 40

10. Специалностите, които се изучават в един университет, са история, философия и филология. 35 % от студентите по филология следват английска филология, 13 % от студентите в университета следват филология, която не е английска и никой студент не следва повече от една филология. Колко процента от студентите следват филология?

A) 20 **B)** 26 **C)** 32 **D)** 35 **E)** 42

11. Трима приятели Асен, Борис и Васил си купили видео игра. Парите, с които Асен участвал в покупката, били равни на половината на парите, с които участвали Борис и Васил, взети заедно. Парите, с които Борис участвал в покупката, били равни на една трета от парите, с които участвали другите двама приятели, взети заедно. Васил участвал с 10 лева. Колко лева струва видео играта?

A) 24 **B)** 26 **C)** 28 **D)** 30 **E)** 32

12. Колко са трицифрените числа, за които двуцифрените числа, получени от тях след премахване на средните им цифри, са девет пъти по-малки?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

13. Колко са събираемите под корена в равенството $\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \ldots + 2018^2} = 2018^{10}$?

A) 2018 **B)** 2018^2 **C)** 2018^{10} **D)** 2018^{18} **E)** 2018^{20}

14. Колко са цифрите в десетичния запис на числото, равно на стойността на израза

$$\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times \left(10^{2018} - 1\right)?$$

A) 1009 **B)** 2017 **C)** 2018 **D)** 4035 **E)** 4036

15. Върховете на правилен 2018-ъгълник са номерирани последователно с числата от 1 до 2018 включително. Диагоналът с върхове № 18 и № 1018, както и диагоналът с върхове № 1018 и № 2000 разделят 2018-ъгълника на три нови многоъгълника. По колко върха има всеки от тях?

A) 37, 983, 1001 **B)** 38, 983, 1001 **C)** 37, 982, 1001 **D)** 36, 982, 1001 **E)** 38, 982, 1001

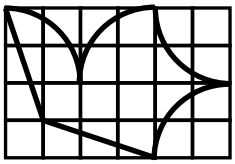
16. Кое от посочените по-долу числа е възможен брой на целите числа, които заедно с числото 2018 дават сбор и произведение, равни на 2018?

A) 2014 **B)** 2015 **C)** 2016 **D)** 2017 **E)** 2018

17. Намерете най-голямото измежду четири числа, сумите на всяко от които със средното аритметично на останалите три са 17, 21, 23 и 29.

A) 15 **B)** 21 **C)** 24 **D)** 29 **E)** не може да се определи

18. Показаното правоъгълно флагче е съставено от 24 еднакви квадратчета. Във вътрешността му е изобразен стилизиран летящ гълъб с лице 507 cm^2. Контурът на гълъба съдържа 2 отсечки и 4 еднакви дъги от окръжност. Намерете обиколката на флагчето в дециметри.

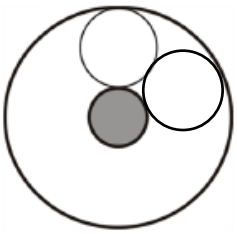


A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 16

19. Точките $A_0, A_1, A_2, \ldots$ лежат на една права, като $A_0A_1 = 1\text{cm}$ и точката A_n е среда на отсечката $A_{n+1}A_{n+2}$ за всяко неотрицателно цяло число n. Намерете дължината на отсечката A_0A_{11} в сантиметри.

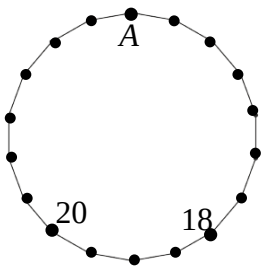
A) 171 **B)** 341 **C)** 587 **D)** 683 **E)** 1366

20. Две концентрични окръжности с радиуси 1 cm и 9 cm образуват пръстен. Във вътрешността на пръстена са начертани n окръжности, които не се застъпват, допират се до двете окръжности на пръстена, но не се допират задължително помежду си (вдясно е показан пример за $n = 2$). Определете възможно най-голямата стойност на n.



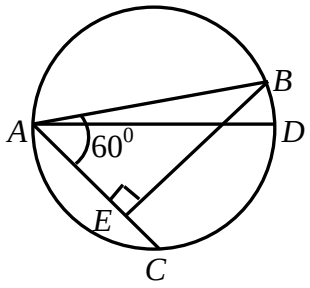
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** повече от 6

21. Във върховете на правилен 18-ъгълник са записани числа, всяко от които е сбор на числата в двата съседни върха. Числата в два от върховете са отбелязани на чертежа. Кое е числото във върха A?



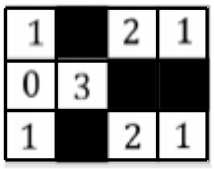
A) 20 **B)** -20 **C)** 18 **D)** -38 **E)** 38

22. В окръжност с диаметър AD са построени хордите AB и AC, сключващи $\angle BAC = 60^0$ помежду си. Ако $BE \perp AC$ ($E \in AC$) и $EC = 3$ cm, намерете дължината на хордата BD в сантиметри.



A) $\sqrt{3}$ **B)** $2\sqrt{3}$ **C)** 2 **D)** 3 **E)** $3\sqrt{2}$

23. Правоъгълник е съставен от единични квадратчета, оцветени в бяло и черно. Във всяко бяло квадратче е отбелязан броят на черните квадратчета, които са съседни с него (две квадратчета са съседни, ако имат обща страна). За правоъгълник с 2018 единични квадратчета намерете възможно най-големия сбор на числата в белите квадратчета. Вдясно е показан правоъгълник с 12 единични квадратчета.



A) 1016 **B)** 1017 **C)** 3021 **D)** 3023 **E)** 3025

24. Еди построил куб с помощта на еднакви малки кубчета и оцветил някои от стените му. Колко стени е оцветил Еди, ако точно 45 от малките кубчета нямат оцветена стена?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгуруто задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Всяко число от множеството $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ е записано точно в една от клетките на таблица 2×3. По колко различни начина може да се направи това, ако сборът на числата във всеки ред и стълб се дели на 3?

26. Архимед пресметнал произведението на естествените числа от 1 до 17 включително. Резултатът бил записан на дъската, но две от цифрите (втората и дванадесетата) били заличени. Намерете произведението на двете заличени едноцифрени числа.

3 □ 5 6 8 7 4 2 8 0 9 □ 0 0 0