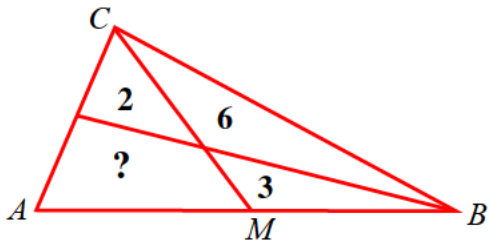
Международно състезание "Европейско Кенгуру"

17 март 2012 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Даденият ΔABC е разделен на четири части. Да се намери лицето на четириъгълника, означен с въпросителен знак, ако M е средата на страната AB на ΔABC, а лицата на трите триъгълника са отбелязани на чертежа.

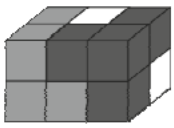


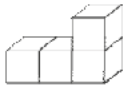
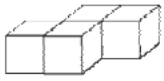
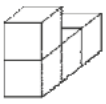
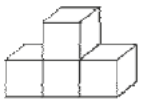
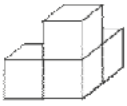
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

2. Стойността на 11,11 – 1,111 е:

A) 9,009 **B)** 9,0909 **C)** 9,99 **D)** 9,999 **E)** 10

3. Паралелепипедът на чертежа вдясно е сглобен от три детайла. Всеки детайл се състои от 4 кубчета с еднакъв цвят. Как изглежда белият детайл?

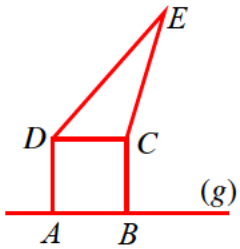


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

4. Ани изпраща на Боби кодирани съобщения по следната система: Всяка буква се заменя от поредния си номер в азбуката (А = 1, Б = 2, ..., Я = 30), този номер се удвоява, полученото число се увеличава с 9 и резултатът се изпраща на Боби. Тази сутрин Боби получил съобщението 41; 39; 35; 39; 62. Какъв е бил оригиналният текст на Ани?

A) ПОМОЩ **B)** ПОЖАР **C)** ПОТОП **D)** ПОМНЯ **E)** Ани има грешка

5. Квадратът $ABCD$ и триъгълникът DCE на чертежа имат лица по 16 кв.см. На колко см от правата (g) се намира точка E?



A) 8 **B)** $4+2\sqrt{3}$ **C)** 12 **D)** $10\sqrt{2}$ **E)** няма достатъчно данни

6. Сборът от цифрите на едно седемцифрено число е 6. Колко е произведението на цифрите му?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 1.2.3.4.5.6.7 **E)** 0

7. Катетите на правоъгълен триъгълник ABC имат дължини 6 и 8, а точки K, L и M са средите на страните му. Определете периметъра на триъгълника KLM.

A) 20 **B)** 12 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 24

8. В четири от изразите замяната на 8 с друго положително число (еднакво при всички замени) не променя резултата. Кой от изразите няма това свойство?

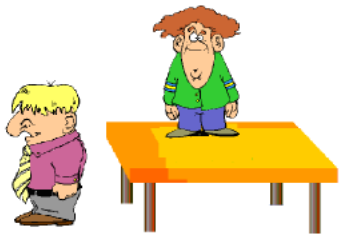
A) $(8+8-8):8$ **B)** $8+(8:8)-8$ **C)** $8:(8+8+8)$

D) $8-(8:8)+8$ **E)** $8.(8:8):8$

9. Две от страните на четириъгълник $ABCD$ имат дължини 1 и 4, а диагоналът AC го дели на два равнобедрени триъгълника и има дължина 2. Колко е периметърът на $ABCD$?
A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

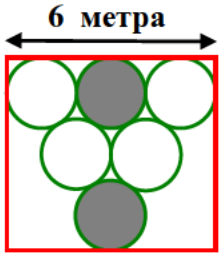
10. Числата 144 и 220 дават остатък 11 при деление на естественото число x. Определете x.
A) 7 **B)** 11 **C)** 15 **D)** 19 **E)** 38

11. Ако Асен се качи на масата, а Мишо стои на пода, Асен ще е с 80 см по-висок от Мишо. Ако си разменят местата, Мишо ще е с 1 метър по-висок от Асен. Колко см е висока масата?
A) 20 **B)** 80 **C)** 90 **D)** 100 **E)** 120



12. Добри и Митко хвърлят монета. Ако се падне тура, Добри дава на Митко два бонбона, а ако се падне ези, Митко дава на Добри три бонбона. След 30 хвърляния всеки се оказал с началния си брой бонбони. Колко пъти се е паднало ези?
A) 6 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 24 **E)** 30

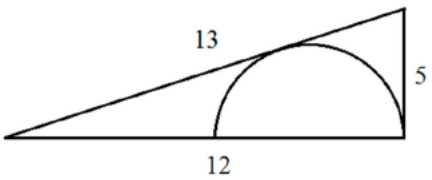
13. На чертежа вдясно, в правоъгълник с дължина 6 м са поставени шест еднакви допиращи се кръга. Намерете най-краткото разстояние в метри между двата затъмнени кръга.



A) 1 **B)** $\sqrt{2}$ **C)** $2\sqrt{3}-2$ **D)** $\frac{\pi}{2}$ **E)** 2

14. Имам четири часовника: времето на единия се различава от истинското с 2 минути, на другия с 3 минути, на третия с 4 минути и на четвъртия с 5 минути. Колко е часът, ако един от тези часовници показва 2:54, друг 2:57, трети 3:02 и последният 3:03?
A) 3:00 **B)** 2:57 **C)** 2:58 **D)** 2:59 **E)** 3:01

15. Триъгълникът на чертежа има страни 5, 12 и 13. Определете радиуса на вписания полукръг.



A) $\frac{7}{3}$ **B)** $\frac{10}{3}$ **C)** 4 **D)** $\frac{13}{3}$ **E)** $\frac{17}{3}$

16. Четирицифрено естествено число има цифра на стотиците 3, а сборът на другите му три цифри е пак 3. Колко такива числа съществуват?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

17. Поставете едноцифрени естествени числа в празните полета на таблицата така, че сборовете на трите реда да са равни и сборовете на четирите колони да са равни. Кое число ще стои в затъмненото поле?

2	4		2
	3	3	
6		1	

A) 1 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 9

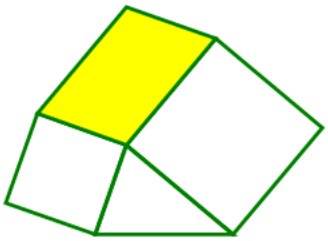
18. Трима спортисти Кен, Гу и Ру участвали в надбягване. Били изказани твърденията:

1) "Победител ще е Кен или Гу."
2) "Ако Гу е втори, то Ру ще победи"
3) „Ако Гу е трети, то Кен няма да победи".
4) "Втори ще е Гу или Ру."

И четирите твърдения се оказали верни. В какъв ред са финиширали спортистите?

A) Кен, Гу, Ру **B)** Кен, Ру, Гу **C)** Ру, Гу, Кен **D)** Гу, Ру, Кен **E)** Гу, Кен, Ру

19. На чертежа има два квадрата със страни 4 и 5, триъгълник с лице 8 и затъмнен успоредник. Определете лицето на успоредника.

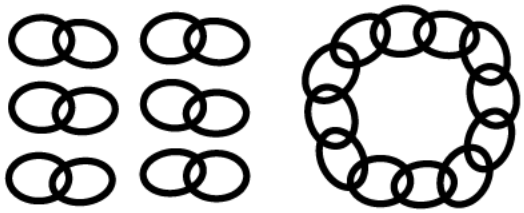


A) 15 **B)** 16 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 21

20. Ако $2012 = m^m(m^k - k)$ за естествените числа m и k, определете k.

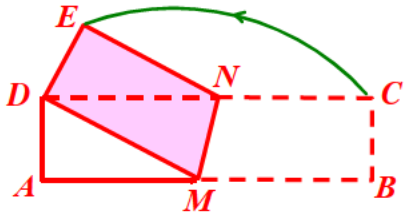
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 9 **E)** 11

21. Бижутер има 12 верижки с по две звена (показани са 6 от тях), от които иска да направи цяла затворена верига. Колко най-малко звена трябва да отвори бижутерът (и после да ги затвори)?



A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

22. На чертежа правоъгълната хартиена лента $ABCD$, за която $AB = 16$ см и $AD = 4$ см, е сгъната по линията MN до съвпадане на B и D. Колко е лицето в квадратни сантиметри на петоъгълника $DAMNE$?



A) 22 **B)** 27 **C)** 32 **D)** 37 **E)** 47

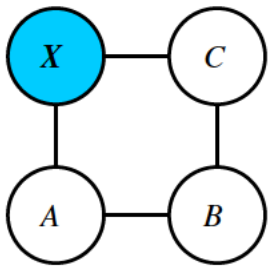
23. Влак с дължина G минава край даден знак за 8 секунди, след което се разминава с влак с дължина H за 9 секунди, който пък минава край знака за 12 секунди. Какъв извод можем да направим?

A) $G = 2H$ **B)** $G = H$ **C)** $2H = 3G$ **D)** $H = 2G$ **E)** никой от предните отговори

24. Последната ненулева цифра в десетичния запис на числото $2^{59}.3^4.5^{53}$ е:

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 9

25. Едно кенгуру може да скача само в съседни полета по отбелязаните линии. То тръгва от полето C и ако попадне в X, спира да скача. По колко начина може да стигне кенгуруто от C до X с точно 13 скока?



A) 12 **B)** 32 **C)** 64 **D)** 144 **E)** 1024

26. Дадени са пет лампи и един бутон, които изпълняват следното условие: ако се натисне бутонът, някои две от лампите си променят състоянието, т. е. ако една от лампите е била загасена, тя се запалва, а ако е била запалена, тя се загасва. Първоначално и петте лампи са загасени. В какво можем да сме сигурни след 10 натискания на бутона?

A) Поне една лампа е запалена.
B) Всички лампи са запалени.
C) Не всички лампи са запалени.
D) Никоя лампа не е запалена.
E) Нито един от предишните отговори.

27. Дадени са шест различни естествени числа, от които най-голямото е n. Във всички двойки, образувани от тези числа, освен в една, по-малкото число дели по-голямото. Определете най-малката възможна стойност на n.

A) 18 **B)** 20 **C)** 24 **D)** 36 **E)** 45

28. Да наречем *прод* произведението от цифрите на едно естествено число. Определете сбора от продовете на всички трицифрени числа.

A) 45 **B)** 45^2 **C)** 45^3 **D)** 2^{45} **E)** 3^{45}

29. Числата от 1 до 120 са записани на 15 реда, както е показано в таблицата. В коя колона (най-лявата колона считаме за първа) сборът от числата е най-голям?

1						
2	**3**					
4	**5**	**6**				
7	**8**	**9**	**10**			
11	**12**	**13**	**14**	**15**		
…	**…**	**…**	**…**	**…**	**…**	
106	**107**	**108**	**109**	**110**	**…**	**120**

A) 1-ва **B)** 5-та **C)** 7-ма **D)** 10-та **E)** 13-та

30. Нека $ABCDEFGH$ е правилен осмоъгълник. Избираме случайно един от върховете C, D, E, F, G, H и го свързваме с A чрез отсечка. После избираме случайно един от върховете C, D, E, F, G, H и го свързваме с B чрез отсечка. Каква е вероятността осмоъгълникът да се окаже разрязан на точно три части?

A) $\frac{1}{6}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{4}{9}$ **D)** $\frac{5}{18}$ **E)** $\frac{1}{3}$