Международно състезание “Европейско Кенгуру”

22 март 2015 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

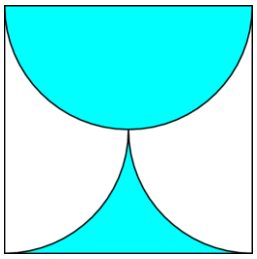
1. Кое от следните числа е най-близо до произведението $20{,}15 \times 51{,}02$?

A) 100 **B)** 1000 **C)** 10000 **D)** 100000 **E)** 1000000

2. След като изпрала прането, майката простряла тениските на въжето за сушене и помолила децата да сложат по един чорап между всеки две тениски. Сега на въжето се сушат 29 парчета. Колко са тениските на въжето?

A) 10 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

3. Затъмнената част от квадрата със страна a е ограничена от полуокръжност и две дъги, всяка от които е четвърт окръжност. Лицето на затъмнената част е:

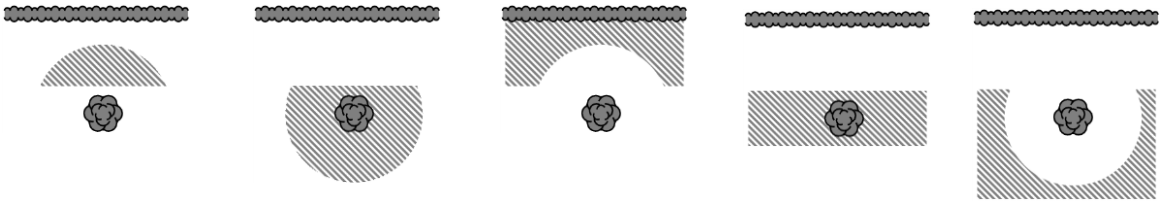


A) $\frac{\pi a^2}{8}$ **B)** $\frac{a^2}{2}$ **C)** $\frac{\pi a^2}{2}$ **D)** $\frac{a^2}{4}$ **E)** $\frac{\pi a^2}{4}$

4. Три съученички – Ани, Бети и Кати – си купили пакетче с 30 бонбона, като всяка от тях взела 10 бонбона. За покупката Ани дала 80 стотинки, Бети – 50 стотинки и Кати – 20 стотинки. Ако трите решат да разпределят бонбоните пропорционално на дадените пари, колко допълнително бонбони ще получи Ани?

A) 10 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 7 **E)** 6

5. Мистър Хайд решил да изкопае съкровището, което собственоръчно скрил в градината си преди много години. Той помнел само, че заровеното съкровище е поне на 5 метра от оградата и на не повече от 5 метра от старата круша. Защрихованата част на коя от следните картинки е мястото, където мистър Хайд е заровил съкровището?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

6. Коя е цифрата на единиците на числото $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

A) 1 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 9

7. В един клас има 33 ученици. Техните най-любими предмети са Компютри и Физкултура. Трима от учениците харесват и двата предмета. Тези, които харесват само Компютри, са два пъти повече от учениците, които харесват само Физкултура. Колко ученици харесват предмета Компютри?

A) 15 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 22 **E)** 23

8. Кое от следващите числа не е нито точна втора, нито точна трета степен?

A) 6^{13} **B)** 5^{10} **C)** 4^{11} **D)** 3^{10} **E)** 2^9

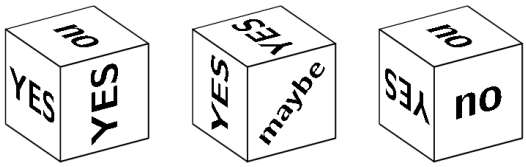
9. Господин Свещаров има 100 свещи. Той пали по една свещ всеки ден и винаги прави една нова свещ от 7 вече изгорели свещи. След колко дни ще трябва господин Свещаров да си набави нови свещи?

A) 112 **B)** 114 **C)** 115 **D)** 116 **E)** 117

10. Броят на правите ъгли измежду вътрешните ъгли на даден изпъкнал петоъгълник е n. Какъв е пълният списък от възможните стойности на n?

A) 1, 2, 3 **B)** 0, 1, 2, 3, 4 **C)** 0, 1, 2, 3 **D)** 0, 1, 2 **E)** 1, 2

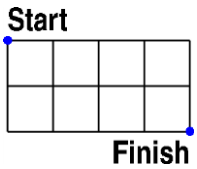
11. Имам зар, с който взимам решения. Картинките показват три изгледа на зара.



Каква е вероятността да хвърля YES със зара?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{5}{9}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{5}{6}$

12. Дължината на страната на едно квадратче е 1. Колко е най-малкото разстояние, което трябва да извървите от положение START до положение FINISH, ако е разрешено движение само по страните или диагоналите на отделните квадратчета?



A) $2\sqrt{5}$ **B)** $\sqrt{10}+\sqrt{2}$ **C)** $2+2\sqrt{2}$ **D)** $4\sqrt{2}$ **E)** 6

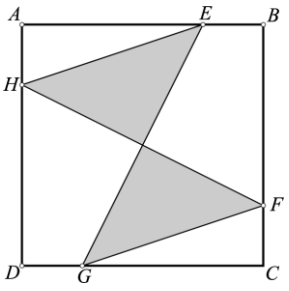
13. Жителите на една странна планета имат поне по две уши. Трима жители – Ими, Дими и Трими, се срещнали в един кратер и изказали верни твърдения. Ими: „Аз виждам 8 уши.”, Дими: „Аз виждам 7 уши.”, Трими: „Странно е, но аз виждам само 5 уши.”. Никой от тримата не може да види собствените си уши, но вижда ушите на всеки от останалите. Колко уши има Трими?

A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

14. Съд във формата на права призма с основа квадрат с дължина на страната 10 *см* е напълнен с вода до височина h *см*. Оловен куб с дължина на ръба 2 *см* е пуснат в съда. Минималната стойност на h в сантиметри така, че кубът да е изцяло потопен във водата, е:

A) 1,92 **B)** 1,93 **C)** 1,90 **D)** 1,91 **E)** 1,94

15. Лицето на квадрата $ABCD$ е 80. Точките E, F, G и H лежат на страните на квадрата, като $AE = BF = CG = DH$. Ако $AE = 3.BE$, колко е лицето на затъмнената част?

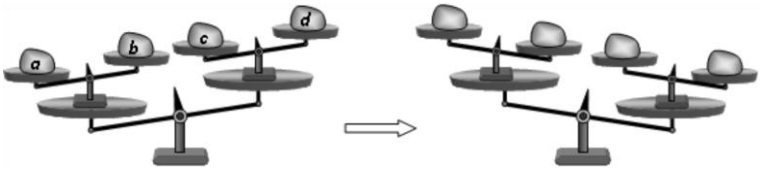


A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 40

16. Ако днес произведението от годините (цели числа) на бащата и сина е 2015, то разликата от годините им е:

A) 26 **B)** 29 **C)** 33 **D)** 34 **E)** 36

17. Дадени са две еднакви везни, гледани фронтално, като всяка от тях е съставена от по две други по-малки везни. На първата везна (първата фигура) са поставени четири тежести a, b, c и d и посоката на стрелката показва натежаване наляво. Две от тежестите са разменени върху втората везна (втората фигура) и посоката на стрелката показва натежаване надясно. Кои са разменените тежести?



A) a и b **B)** b и d **C)** b и c **D)** a и d **E)** a и c

18. Ако двата корена на уравнението $x^2-85x+a=0$ са прости числа, колко е сборът от цифрите на коефициента a ?

A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 21

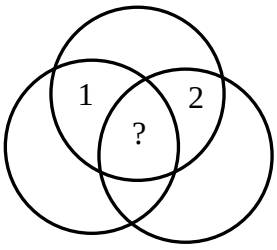
19. Броят на всички трицифрени естествени числа, на които всеки две съседни цифри се различават с три, е:

A) 12 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 20 **E)** 27

20. Кой от посочените отговори е контрапример на твърдението: „Ако n е просто число, точно едно от числата $n-2$ и $n+2$ е просто число.”?

A) $n=11$ **B)** $n=19$ **C)** $n=21$ **D)** $n=29$ **E)** $n=37$

21. На фигурата са показани седем области, ограничени от три окръжности. Във всяка област трябва да се запише число, което е равно на сбора от числата във всички съседни области. (Казваме, че две области са съседни, ако тяхната граница има повече от една точка.) Две от числата са вече записани. Кое е числото в централната област, означена с въпросителен знак?



A) 0 **B)** –3 **C)** 3 **D)** –6 **E)** 6

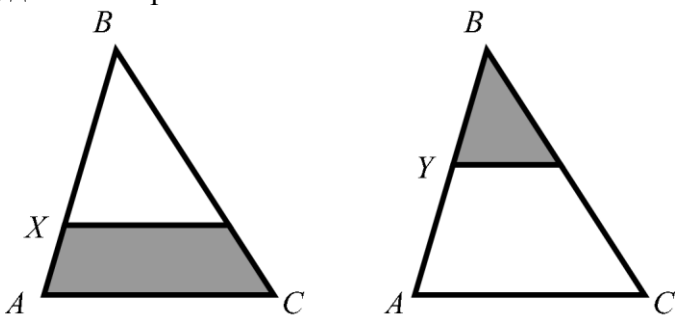
22. Петра има три различни речника и два различни романа, които иска да подреди на един от рафтовете в библиотеката си така, че речниците да са един до друг, а така също и романите да са един до друг. По колко начина може да стане това?

A) 12 **B)** 24 **C)** 30 **D)** 60 **E)** 120

23. Колко са двуцифрените числа, които могат да се запишат като сбор на точно шест различни степени на двойката?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

24. През точка X от страната AB на даден триъгълник ABC, за която $BX:XA=4:1$, е прекарана права, успоредна на основата AC. Ако през точка Y от страната AB е прекарана права, успоредна на основата AC, така че лицата на показаните затъмнени части от триъгълника са равни, да се намери отношението $BY:YA$.



A) 1:1 **B)** 2:1 **C)** 3:1 **D)** 3:2 **E)** 4:3

25. В правоъгълен триъгълник ъглополовящата на единия от острите ъгли дели срещулежащата страна на отсечки с дължини 1 и 2. Намерете дължината на тази ъглополовяща.

A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $\sqrt{4}$ **D)** $\sqrt{5}$ **E)** $\sqrt{6}$

26. По колко начина могат да се изберат различни цифри a, b и c така, че $\overline{ab}<\overline{bc}<\overline{ca}$?

A) 84 **B)** 96 **C)** 125 **D)** 201 **E)** 502

27. Ако едно от числата 1, 2, 3, ..., $n-1$, n е изтрито, средното аритметично на останалите е 4,75. Кое е изтритото число?

A) 5 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** не може да се определи

28. Мравката Ойла тръгва от връх на куб с дължина на ръба 1. Тя преминава по всеки ръб (не задължително по веднъж) и се връща в първоначалното си положение, като се стреми дължината на изминатия път да е възможно най-малка. Намерете дължината на изминатия път.

A) 12 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 20

29. На дъската са записани десет различни числа и ако има число, което е равно на произведението на останалите девет, то се подчертава. Колко най-много подчертани числа можем да видим на дъската?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 9 **E)** 10

30. Няколко точки са отбелязани върху права линия, като всички отсечки с краища в тези точки са маркирани. Една от точките лежи във вътрешностите на 80 от маркираните отсечки, а друга точка лежи във вътрешностите на 90 отсечки. Колко са отбелязаните точки?

A) 20 **B)** 22 **C)** 80 **D)** 90 **E)** не може да се определи