Национално състезание "Европейско Кенгуру"

20 март 2025 г.

ТЕМА за 8 клас

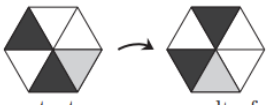
След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори и таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Ева разполага с четири цифри от дърво като тези вдясно. С тяхна помощ тя може да запише числото 2025. Кое най-голямо число можете да запишете с тези цифри, ако е разрешено да ги местите, въртите и преобръщате?

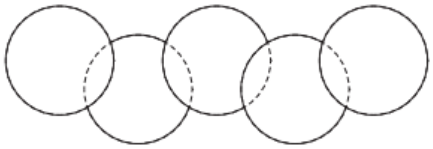
A) 5052 **B)** 5220 **C)** 5520 **D)** 5550 **E)** 5555

2. Правилен шестоъгълник се върти последователно по посока на часовниковата стрелка на един и същ ъгъл. Вдясно е показан резултатът след първото завъртане. Кое от числата по-долу показва броя завъртания, след които шестоъгълникът ще се намира в първоначалното си положение ?



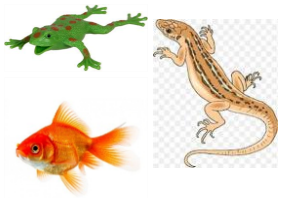
A) 17 **B)** 28 **C)** 39 **D)** 40 **E)** 54

3. Всеки от 5-те кръга на чертежа има лице 8 m^2. Лицето на всяка от общите им части е 1 m^2. Колко квадратни метра е лицето на фигурата?



A) 32 **B)** 34 **C)** 36 **D)** 38 **E)** 40

4. В зооаквариума плуват рибки, жаби и водни гущерчета. Осмокласничката Тереза преброила общо 18 очи, 7 опашки и 24 крачета. Колко рибки има в зооаквариума?

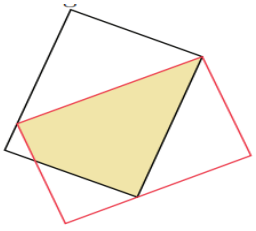


A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

5. На 400-метрова писта са поставени 10 препятствия, като първото е на 45-ия метър, а всяко следващо е 35 метра след предходното. На колко метра преди финала е поставено последното препятствие?

A) 360 **B)** 40 **C)** 35 **D)** 30 **E)** 5

6. Двата успоредника на чертежа имат равни лица S. Лицето на общата им част е:

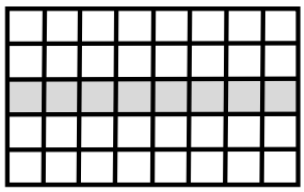


A) $\frac{S}{5}$ **B)** $\frac{S}{4}$ **C)** $\frac{S}{3}$ **D)** $\frac{S}{2}$ **E)** повече от $\frac{S}{2}$

7. Произведението от годините на Джон и на дядо му е 2025. Възрастта на всеки от тях е двуцифрено число, което не е точен квадрат. Намерете сбора от цифрите на числото, което е равно на годините на Джон.

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

8. Във всяко от квадратчетата на правоъгълник 5×8 е записано по едно число, като сумата на записаните числа е 30. Освен това сумата на числата във всеки правоъгълник 3×4 е 9. На колко е равна сумата на числата в затъмнените квадратчета?

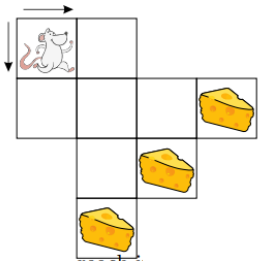


A) 3 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 12

9. Ако $\sqrt{x}+\sqrt{y}=x-y=9$, то $x+y$ е равно на:

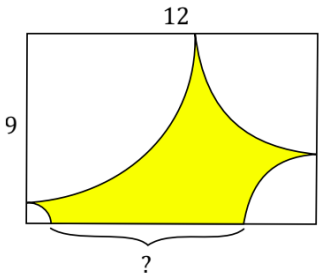
A) 41 **B)** 45 **C)** 49 **D)** 59 **E)** 69

10. Мишокът Мики решил да си вземе сиренце, като преминава от клетка в клетка само хоризонтално или вертикално. Той няма право да отива в клетка, която вече е била посетена. По колко различни пътя може Мики да стигне до сиренце?



A) 3 **B)** 5 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 11

11. От върховете на правоъгълник с размери $12\text{ cm}\times 9\text{ cm}$ са изрязани четвъртинки от четири кръга. Намерете дължината в сантиметри на отсечката, означена с въпросителен знак.



A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

12. Соня живее на 1 km от училище. Вървейки пеша, тя се движи с 4 km/h, а ако е с колело, скоростта ѝ е 15 km/h. Сутрин Соня тръгва за училище винаги в 8:00 ч. Ако е пеша, тя пристига 5 минути преди началото на часовете. Колко минути преди началото на часовете ще пристигне Соня в училище, ако е с колело?

A) 11 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 16

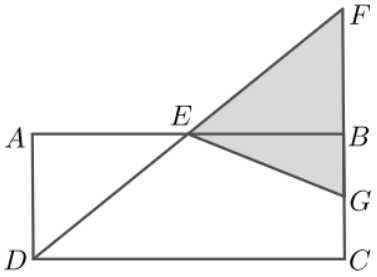
13. Всички естествени числа от 1 до 2025 включително са разделени на три групи по произволен начин. Пресметнати са сумите на числата във всяка група. Последните цифри на две от сумите са 6 и 8. Коя е последната цифра на третата сума?

A) 6 **B)** 5 **C)** 3 **D)** 1 **E)** 0

14. За цялото число n с $\langle n\rangle$ означаваме произведението на всичките му цели делители. Например $\langle 3\rangle = 1.3.(-1).(-3)=9$ и $\langle -4\rangle = 1.2.4.(-1).(-2).(-4)=-64$ На колко е равно $\langle\langle\langle 3\rangle\rangle\rangle$?

A) -3^{42} **B)** 3^{42} **C)** 4^{24} **D)** -3^{24} **E)** 729

15. Точките E и G са съответно средите на страните AB и BC на правоъгълника $ABCD$, а точката F е пресечна точка на правите DE и BC. Ако лицето на ΔGFE е 15 cm^2, колко е лицето на правоъгълника?



A) 60 cm^2 **B)** 55 cm^2 **C)** 50 cm^2 **D)** 45 cm^2 **E)** 40 cm^2

16. Естествените числа a, b, c и d изпълняват условията $a<2b$, $b<3c$, $c<4d$ и $d<100$. Каква е възможно най-голямата стойност на числото a ?

A) 2400 **B)** 2399 **C)** 2367 **D)** 2000 **E)** 1200

17. Попълнете правоъгълничетата с различни прости числа, по-малки от 20, така че дробта A да приеме възможно най-голяма цяла стойност. Коя е тази стойност?

$$A=\frac{\square+\square+\square+\square+\square+\square+\square}{\square}$$

A) 20 **B)** 14 **C)** 10 **D)** 8 **E)** 6

18. В Горската спортна олимпиада раздали по един златен, един сребърен и един бронзов медал във всяка от 29-те дисциплини. Във всяка от дисциплините мечките завоювали сребърни медали, кенгуратата завоювали общо 41 медала. Най-много колко пъти на подиумите с наградените е имало точно по едно кенгуру?

A) 20 **B)** 19 **C)** 18 **D)** 17 **E)** 16

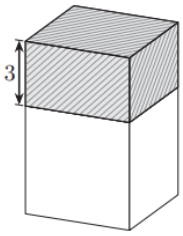
19. В четирите клетки на квадрат 4×4 се записват естествени числа и на квадрата се съпоставя числото $ad+bc$, което се нарича *степен* на квадрата. Да се намери броят на двойките (x,y), за които вторият квадрат вдясно има степен 100.

a	b
c	d

5	4
x	y

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

20. Когато намалили височината на правоъгълен паралелепипед с 3 cm, лицето на пълната му повърхнина се намалило с 60 cm^2. Ако тялото, получено в резултат на намалението на височината, е куб, намерете първоначалния обем на паралелепипеда.

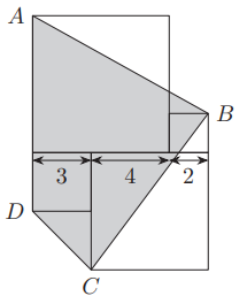


A) 75 cm^3 **B)** 125 cm^3 **C)** 150 cm^3 **D)** 200 cm^3 **E)** 320 cm^3

21. По време на футболна среща Павел отправил 17 удара към противниковата врата. 60% от ударите през първото полувреме били точни, а през второто полувреме точни били 75% от ударите към вратата. Колко са точните удара към противниковата врата, които е отправил Павел през второто полувреме?

A) 10 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 7 **E)** 6

22. Фигурата на чертежа се състои от 4 квадрата със страни 2, 3, 4 + 2 = 6 и 4 + 3 = 7. Намерете лицето на четириъгълника *ABCD*.

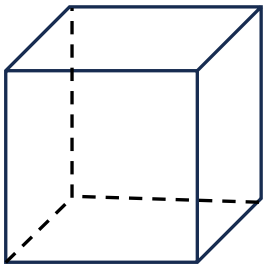


A) 54 **B)** 60 **C)** 66 **D)** 72 **E)** 80

23. С буквите p, q, r, s и t са означени 5 последователни естествени числа, не непременно в този ред. Ако $p+q=69$ и $s+t=72$, намерете числото r.

A) 32 **B)** 34 **C)** 35 **D)** 37 **E)** 39

24. Да се запише по едно естествено число във всеки от върховете на дадения куб, така че сборът на четирите числа във всяка стена на куба да не е по-малък от 41, а сборът на всеки три числа във всяка стена да не е по-голям от 31. Намерете сбора на осемте числа във върховете на куба.



A) 80 **B)** 82 **C)** 84 **D)** 85 **E)** 86

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгуруто задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Куб е съставен от еднакви по-малки кубчета. Някои от стените на куба са оцветени изцяло в червено и кубът е разглобен на съставните си части. Колко от стените на куба са оцветени в червено, ако точно 175 от малките кубчета нямат нито една оцветена стена?

26. Иван и Ева се състезават върху решаване на задачи. Те имат еднакви списъци с по 100 задачи. За всяка вярно решена задача този, който я реши първи, получава 4 точки, а вторият получава 1 точка. Двамата решили по 60 задачи с общ сбор 312 точки. Колко на брой едни и същи задачи са решили Иван и Ева?